

**Государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования Московской области  
«Университет «Дубна»  
Филиал «Протвино»  
Кафедра «Математики и естественных наук»**

А.А. Масликов

**Руководство по написанию и оформлению курсовой работы  
по дисциплине «Электродинамика»**

Электронное методическое пособие

Рекомендовано  
кафедрой математики и естественных наук  
филиала «Протвино» государственного университета «Дубна»  
в качестве методического пособия  
для студентов направления  
«Физика»

Протвино  
2016

ББК 22.3я73  
М31

Рецензент:  
доктор физико-математических наук,  
ведущий научный сотрудник  
ФГБУ ГНЦ РФ «Институт физики высоких энергий»  
НИЦ «Курчатовский институт»  
М.М. Шапкин

**Масликов, А.А.**

М31 Руководство по написанию и оформлению курсовой работы по дисциплине «Электродинамика»: электронное методическое пособие / А.А. Масликов. — Протвино, 2016. — 32 с.

Предназначено для студентов направления «Физика». В пособии формулируются правила подготовки, определяются требования к содержанию, структуре, выбору темы и оформлению курсовых работ по дисциплине «Электродинамика». В приложениях приведены примеры выполнения и оформления отдельных структурных элементов курсовой работы.

ББК 22.3я73

© Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московской области «Университет «Дубна», филиал «Протвино», 2016  
© Масликов А.А.

## Оглавление

Введение.	4
1. Общие указания	5
2. Цель и задачи	5
3. Порядок выполнения работы	6
1. <i>Выбор темы.</i>	6
2. <i>Составление примерного плана курсовой работы.</i>	7
3. <i>Подбор и изучение литературных источников.</i>	7
4. <i>Уточнение плана курсовой работы.</i>	7
5. <i>Выбор методов решения поставленной задачи, выполнение расчетов и измерений.</i>	7
6. <i>Написание и оформление работы.</i>	7
7. <i>Передача работы на рецензию руководителю.</i>	8
8. <i>Защита курсовой работы.</i>	8
4. Требования к содержанию курсовой работы	8
5. Требования к оформлению работы	13
ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Образец титульного листа	15
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Образец задания	16
ПРИЛОЖЕНИЕ 3. Образец аннотации.	17
ПРИЛОЖЕНИЕ 4. Образец содержания	18
ПРИЛОЖЕНИЕ 5. Образец списка литературы	19
ПРИЛОЖЕНИЕ 6. Образец оформления таблицы	20
ПРИЛОЖЕНИЕ 7. Образец оформления рисунка	21
ПРИЛОЖЕНИЕ 8. Образец основной части курсовой работы.	22

## **Введение.**

В соответствии с учебным планом подготовки бакалавров по профилю «Медицинская физика» направления 03.03.02 «Физика» предполагается выполнение студентами курсовой работы по дисциплине «Электродинамика» в 6-ом семестре (3-ий курс).

Курсовая работа – самостоятельное исследование студента, завершающее изучение учебного курса «Электродинамика» и посвященное решению набора актуальных задач теории или практики в рамках прослушанной дисциплины. Выполнение курсовой работы предполагает отражение уровня подготовки студента, его умение использовать полученные знания и навыки в решении задач по избранной специальности.

Настоящее электронное методическое пособие подготовлено для использования студентами направления 03.03.02 «Физика» при выполнении курсовой работы. Учебно-методическое пособие одобрено на заседании кафедры «Математики и естественных наук» и рекомендовано для использования преподавателями кафедры в процессе обучения студентов.

## 1. Общие указания

Выполнение курсовой работы занимает важное место в подготовке высококвалифицированных специалистов, поскольку ее написание способствует глубокому изучению учебных дисциплин, включенных в процесс обучения. Необходимость достаточно полного раскрытия выбранной темы курсовой работы, изучения и выявления проблем требуют от студентов углубленного исследования отдельных вопросов в области изучаемой профессиональной дисциплины.

Курсовая работа выполняется на основе и в соответствии с действующими стандартами, нормами и правилами.

Перечень тем курсовых работ определяется преподавателем. Студенты могут выбрать тему работы самостоятельно с уведомлением преподавателя о выборе. Студентам разрешается самостоятельно разрабатывать темы курсовых работ, не входящих в предложенный список, если на это будет согласие преподавателя.

Выполненную работу студенты сдают на рецензию и защищают ее у руководителя в сроки, установленные учебным планом.

Студенты, несвоевременно выполнившие и не защитившие курсовую работу, к сдаче экзамена по данной дисциплине не допускаются.

## 2. Цель и задачи

Целью разработки курсовой работы является закрепление студентами теоретических и практических знаний, полученных студентами в процессе изучения дисциплины «Электродинамика».

Поставленная цель курсовой работы способствует успешному решению следующих задач:

- расширению знаний и навыков студентов по выбранной тематике;
- систематизации и закреплению полученных знаний;
- увеличению общей научной культуры студентов;
- получению опыта и навыков в работе с периодической и монографической литературой;
- развитию навыков творческой работы, подготовке к проведению самостоятельных научных исследований, овладению методикой научного исследования;
- овладению навыками грамотного литературного оформления результатов своих исследований;
- подготовке к написанию дипломной работы.

Важным вопросом для преподавателя и самого студента является выявление возможности и степени самостоятельности работы студентов в решении поставленных задач.

Подготовка курсовой работы является важным звеном в образовательной цепи получения полноценных знаний будущего специалиста.

В процессе выполнения курсовой работы студенту необходимо:

- обосновать актуальность и значимость темы работы в теории и применительно к условиям объекта исследования;
- провести обзор литературных источников по предмету исследования и обобщить собранный материал;
- проанализировать особенности функционирования объекта исследования;
- осуществить выбор решения задачи и обосновать его эффективность
- выполнить необходимые измерения и расчеты
- последовательно и логично изложить результаты самостоятельных исследований по избранной теме, снабдить их необходимыми иллюстрированными и пояснительными материалами.

Учет этих особенностей при выполнении, оформлении и защите курсовой работы позволит создать студентам равные условия для прохождения аттестации вне зависимости от выбранной темы курсовой работы.

Предполагается, что отсутствие любой составляющей из рекомендуемых в данном учебно-методическом пособии или некачественное ее выполнение снижает оценку работы, что и учитывается при ее защите.

### **3. Порядок выполнения работы**

Процесс выполнения курсовой работы состоит из следующих этапов:

1. Выбор темы и согласование ее с руководителем.
2. Ознакомление с основными ее проблемами и составление плана работы.
3. Подбор и изучение литературных источников.
4. Уточнение плана работы.
5. Выбор методов решения поставленной задачи.
6. Выполнение расчетов, написание и оформление курсовой работы.
7. Передача работы на рецензию руководителю.
8. Защита работы.

Основная организационная работа выполняется лично студентом. Не реже одного раза в течении 2-х недель он обязан информировать руководителя о степени выполнения работы в соответствии с планом.

Перед выбором темы курсовой работы рекомендуется каждому студенту ознакомиться с учебной программой дисциплины и перечнем основной и дополнительной литературы, что позволит ему подойти к проблеме выбора более осмысленно и ответственно.

#### *Основные этапы выполнения курсовой работы*

##### **1. Выбор темы.**

Выбор темы производится в соответствии с рекомендациями, изложенными в разделе 1. При выборе темы курсовой работы желательно учитывать будущую

специализацию студента. При возникновении трудностей с выбором темы или подбором литературных источников студент вправе обратиться за помощью к преподавателю изучаемой дисциплины.

## **2. Составление примерного плана курсовой работы.**

Данный этап является очень важным и ответственным моментом в общем процессе работы над полученным заданием, поскольку именно от него в значительной мере зависит качество и целостность всей работы. Четкий, последовательный и логичный план – это залог успеха.

План должен отражать основные проблемы выбранной темы и содержит пункты, подлежащие рассмотрению. Эти пункты желательно разбить на более мелкие в соответствии с принятыми нормами рубрикации.

Составленный студентом план обсуждается с преподавателем, что может в дальнейшем облегчить выполняемую работу. Окончательная доработка плана осуществляется после третьего этапа.

## **3. Подбор и изучение литературных источников.**

На этом этапе студент должен составить всю библиографию, касающуюся темы выбранной курсовой работы, в которой выделяются основные и вспомогательные литературные источники. Желательно составлять краткую аннотацию каждого из них для последующего использования.

Составляют библиографию на основе рекомендованной литературы с конспектированием нужного материала с целью его изучения и использования в курсовой работе, так как материал, изложенный «своими» словами лучше усваивается.

В составляемую библиографию желательно включать литературу, изданную в последние годы, в том числе журнальные статьи, а также материалы из сети Интернет.

## **4. Уточнение плана курсовой работы.**

В процессе работы над литературными источниками у студента могут появиться новые мысли, идеи, способные повлиять на составленный ранее план. В этом случае возникшие вопросы следует согласовывать с преподавателем, после чего приступить к написанию курсовой работы.

## **5. Выбор методов решения поставленной задачи, выполнение расчетов и измерений.**

Собранный материал группируют, обрабатывают и систематизируют в соответствии с окончательным вариантом плана. Собираются необходимые исходные данные. На основе анализа собранного материала и рекомендаций преподавателя выбираются методы решения стоящей перед студентом задачи. Выбранный подход реализуется на практике.

## **6. Написание и оформление работы.**

На этом этапе уточняется структура работы и подбирается иллюстрированный материал. После этого пишется черновой вариант работы, который подвергается последующей технической и литературной обработке и редактированию.

#### **7. *Передача работы на рецензию руководителю.***

Выполненная работа предъявляется руководителю для проверки за три дня до контрольного срока окончания работы по графику. После проверки руководитель допускает работу к защите.

Если курсовая работа выполнена с нарушениями требований, – она возвращается студенту на доработку. Преподаватель, возвративший работу должен указать причину (причины) невозможности ее защиты.

#### **8. *Защита курсовой работы.***

Работа, допущенная к защите защищается в присутствии всей группы, где автор делает краткий доклад о ее содержании. На защиту курсовой работы могут быть приглашены заведующий кафедрой и другие преподаватели.

Докладчик должен обосновать выбор темы, указать цели и задачи, а также степень их достижения (результаты), сделать выводы. Преподаватель отмечает положительные моменты и недостатки работы. При защите автор работы должен свободно ориентироваться в материале выбранной темы и продемонстрировать хорошие знания по выполненной работе и приведенной литературе. По окончании доклада студент-докладчик отвечает на вопросы присутствующих, стремясь защитить свою точку зрения и в то же время продемонстрировать корректность и уважение к точке зрения оппонентов. Критериями оценки работы являются: содержание работы, актуальность метода решения задачи, глубина и степень проработки темы работы, умение анализировать исходные данные и полученные результаты, доказательность выводов, тщательность оформления работы, качество доклада и защиты.

Курсовые работы оцениваются по четырех бальной системе: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно». При необходимости оценка обсуждается на закрытом заседании комиссии, а затем публично объявляется студенту.

На основании выполненной работы и по итогам защиты преподаватель выставляет оценку в ведомость и зачетную книжку.

### **4. Требования к содержанию курсовой работы**

Курсовая работа – самостоятельный труд студента и может в перспективе использоваться как составляющая часть будущего дипломного проекта. Курсовая работа выполняется по одной из проблем «Электродинамики», поэтому она должна содержать определенные элементы научного труда:

- комплексный системный подход к решению задач исследования;
- использование передовой современной методологии, технических решений и научных разработок;
- наличие элементов творчества.

*Комплексный системный подход* к раскрытию темы работы заключается в том, что предмет исследования рассматривается под различными углами зрения – с позиций теоретической базы и практических наработок.



*Применение современной методологии* заключается в том, что при выполнении обзора теоретических источников, существующих моделей и технологий решения, возможного анализа производственно-хозяйственной деятельности, студент должен использовать сведения о новейших достижениях в науке, технике, технологиях, по возможности применять математическое моделирование и компьютерную технику.

При выполнении курсовой работы следует избегать традиционных ошибок:

- не следует механически переписывать чужие тексты, а излагать прочитанный материал своими словами, выделяя цитаты кавычками и указывая с помощью сносок литературный источник;
- тема, цель, задачи и план должны быть взаимосвязаны, как в постановочной части, так и в изложении материала;
- рубрикация материала не должна препятствовать последовательности изложения материала, а переходы от одного параграфа к другому должны быть плавными и логичными;
- указанная литература в конце работы, должна быть в обязательном порядке отражена в текстовой части работы.

Курсовая работа должна включать следующие структурные элементы (в порядке их представления в работе):

- титульный лист (приводится в приложении 1);
- типовой бланк задания к работе (заполненный руководителем и подписанный обеими сторонами – преподавателем и студентом (приводится в приложении 2);
- аннотацию (приводится в приложении 3);
- содержание (оглавление) – приводится в приложении 4;
- введение;
- основную часть (пример приводится в приложении 8);
- заключение;
- список использованной литературы (фрагмент приводится в приложении 5);
- приложения.

*Титульный лист* оформляется с учетом ряда требований, в числе которых необходимо отразить:

- ведомственную принадлежность высшего учебного заведения;
- наименование вуза и его учебного подразделения;
- наименование кафедры, по дисциплине которой выполняется курсовая работа;
- тема курсовой работы в соответствии с выданным заданием;

- наименование и шифр специальности студента;
- номер (шифр) академической группы; фамилия и инициалы автора курсовой работы;
- фамилия и инициалы, научная степень и звание (должность) научного руководителя или преподавателя;
- наименование города, где расположен вуз;
- год выполнения курсовой работы.

Все перечисленное формируют на отдельной странице в соответствии с требованиями государственных и международных стандартов по оформлению печатной продукции (пример оформления приведен в приложении 1).

*Типовой бланк задания* (заполняется руководителем и приводится в приложении).

*Аннотация (реферат)* представляет собой краткое изложение существа выполненной работы. В нем сообщаются основные результаты выполненной работы, перечисляются методы, с помощью которых были получены эти результаты. Сообщается общее количество страниц работы, из них количество рисунков, таблиц, библиографических источников и приложений.

*Содержание (оглавление)* работы является третьей по порядку страницей курсовой работы, которое оформляется в соответствии с образцом приведенном в приложении данного пособия.

*Во введении* к курсовой работе должно быть обоснование актуальности темы и краткая характеристика состояния проблемы на текущий момент, перечень вопросов, которые требуют разрешения.

Во введении должны быть раскрыты следующие пункты:

*Актуальность темы*, в которой кратко излагается современное состояние рассматриваемой проблемы, необходимость ее изучения и исследования.

*Предмет исследования* – проблема (круг вопросов), которые исследуются в работе в приложении или на примере объекта исследования.

*Цель работы* – изучение, анализ состояния, разработка проекта или оптимизация предмета исследования применительно к объекту исследования.

*Задачи* – вытекают непосредственно из целей работы, являются ее элементами (этапами достижения цели). Как правило, исходя из задач исследования, строится структура работы (план, содержание). Поэтому задачи исследования формулируются на основании наименований разделов и подразделов (параграфов) рубрикации. Задач в курсовой работе может быть несколько (не менее двух).

*Используемые источники* -- кратко указываются основные литературные источники, которые используются в работе (со ссылками в квадратных скобках на номера источников в их списке).

Изложенные требования к введению затрагивают различные аспекты курсовой работы, которые решаются на различных стадиях во времени, поэтому введение, как правило, пишется в последнюю очередь – после завершения всей курсовой работы.

Общий объем введения приблизительно составляет 2 – 3 страницы.

*Основная часть* предусматривает всестороннее раскрытие содержания избранной темы, ее важнейших вопросов и проблем.

Основная часть работы состоит, как правило, из нескольких логически выделяемых разделов (глав) и подразделов. Каждый раздел (глава) является относительно самостоятельной частью работы и должен завершаться кратким обобщением или выводом. С помощью выводов обеспечивается связь между отдельными разделами и единство работы в целом.

Основная часть может содержать краткий аналитический обзор современных методов и подходов к решению рассматриваемых задач. Обзор должен систематизировано отражать состояние предмета исследования, а содержащиеся в нем сведения должны позволять объективно оценивать научно-прикладную значимость изучаемой проблемы, правильно выбирать методы и подходы к достижению цели, поставленной в работе.

В *основной части* также производятся основные расчеты по выбранной ранее методике, обоснования выбора необходимой аппаратуры и т.п. При осуществлении расчетов рекомендуется использовать математическое моделирование и возможности вычислительной техники.

Изложение всех разделов работы должно быть четким, последовательным, логичным. Вопросы, изложенные в плане основного содержания работы, должны быть тесно взаимосвязаны, вытекать один из другого, образуя единое, целостное произведение.

Текст работы должен быть тесно связан с графическими материалами, цель которых – иллюстрирование и дополнение текста, а в ряде случаев – его замена для придания содержанию работы большей наглядности. Рекомендуется составлять иллюстрационный материал до оформления текста для большей их согласованности и тематического единства. Используемые в работе термины и понятия должны иметь единое толкование на протяжении всей работы. Необходимо придерживаться общепринятых сокращений слов и аббревиатур.

Условием положительной оценки курсовой работы является самостоятельное освещение всех вопросов темы. В работе недопустимы общие, неконкретные рассуждения. Общий объем основной части должен быть в пределах 30 страниц.

В заключение необходимо показать, каким образом решены поставленные задачи курсовой работы и какова степень достижения ее цели. Заключение должно содержать выводы и предложения, обоснованные студентом в процессе выполнения работы. Как правило, они содержат:

- констатацию проделанной работы;
- результаты экспериментальных или теоретических исследований;
- выводы о теоретическом, методическом и практическом значении проделанной работы;
- рекомендации по применению полученных результатов для реализации на практике.

Заслуживают поощрения выводы, сделанные после каждой главы курсовой работы (как в дипломной работе). Важна краткость и точность формулировок, конкретность и доказательность выводов рекомендаций.

Общие требования не исключают, а предполагает широкую инициативу студентов в выполнении курсовой работы.

В *список использованной литературы* могут быть включены не только цитируемые и упомянутые источники, но и те, с которыми студент ознакомился в процессе подготовки работы. Список литературы оформляется в соответствии с существующими нормами и стандартами.

Список использованных источников формируется на основе ссылок в основной (текстовой) части. Ссылка на библиографические источники приводится с указанием номера источника в квадратных скобках в конце предложения перед точкой (образец списка литературы приведен в приложении).

*Приложения* могут формироваться в нескольких случаях:

- при значительной перегрузке основного текстового содержания графическим и табличным информационным материалом;
- при наличии большого объема различных вычислений рутинного характера, мало связанного с основной направленностью работы;
- при наличии различных справочных и исходных материалов, а также форм, инструкций или положений, носящих вспомогательный характер.

В этих случаях громоздкий материал выносят в соответствующее приложение, сделав в основном содержании необходимую ссылку, например, (Приложение 1). При необходимости повторной ссылки на уже упомянутое приложение и любой другой (в том числе, литературный) источник форма ссылки несколько видоизменяется, к примеру: см. Приложение 1 или в тексте: см. рис.4., см. табл.8. и т.п.

## 5. Требования к оформлению работы

Курсовая работа оформляется в соответствии с требованиями к печатной рукописи на стандартных листах бумаги формата А4. Как исключение допускается выполнение курсовой работы от руки четким разборчивым почерком, грамотно, аккуратно, без помарок и исправлений. Сокращение слов, кроме общепринятых, не допускается. Текст излагается от третьего лица или в форме безличных предложений без использования личных местоимений.

К оформлению работы предъявляются следующие требования:

- текст размещается на одной стороне листа;
- поле, оставляемое чистым от текста, имеет размер слева 30 мм, справа - 10 мм, снизу – 20 мм, сверху – 20 мм;
- строки печатаются через полтора интервала (между строками оставляется пространство, равное по высоте полтора прописным буквам);
- размер букв машинописного (компьютерного) текста должен быть не менее 1,8 мм высоты (обычно шрифт 14) и позволять иметь не менее 60 знаков в строке и 30 строк в странице;
- номер страницы проставляется внизу, справа;
- каждая глава начинается с новой страницы;
- заключение (выводы) начинаются с новой страницы;
- список использованной литературы (библиография) начинается с новой страницы;
- наименование таблиц печатается сверху, без использования индекса № и без точек после названия;
- наименование рисунков и графиков печатается снизу, без точек после названия и использования знака №;
- все заголовки глав и параграфов должны быть выделены отличным от текста шрифтом и без точки;
- сокращения слов в таблицах и рисунках не допускается (разрешается в таблицах и рисунках необходимые надписи делать более мелким шрифтом, чем в текстовой части).

Порядок представления и нумерации работы следующий. На первой странице располагается титульный лист (номер страницы не ставится). Затем постранично (последовательно) размещаются задание на разработку курсовой работы, аннотация и содержание (номера страницы не ставятся). Нумерация страниц работы начинается с пятого листа (начало введения) и ведется постранично до конца, включая список литературы и приложения.

Все нумерации (страниц, глав, параграфов, рисунков и т.д.) выполняют только арабскими цифрами. При необходимости в оглавление и,

соответственно, в основную часть вводят рубрики типа 1.1. или 2., 2.2., 2.2.1. и т.п.

Работа сброшюровывается под обложкой и подается на рецензию преподавателю.

## **ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Образец титульного листа**

Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Московской области «Университет «Дубна»

Филиал «Протвино»  
Кафедра «Техническая физика»

### **КУРСОВАЯ РАБОТА**

по дисциплине «Электродинамика» на тему:

## **ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ И ТЕНЗОР ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ**

Направление подготовки: 03.03.02 «Физика»,  
профиль: «Медицинская физика»

Выполнил студент  
Иванов П.С.  
гр. ПФ-161

Преподаватель  
к.ф.-м.н.,  
доцент Масликов А.А.

Протвино, 2019 г.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Бланк задания на курсовую работу

### ЗАДАНИЕ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ

Студент...3.....курса, ..... ПФ-161..... группы

Фамилия, имя, отчество...Иванов Пётр Сидорович.....

Тема курсовой работы: Тензорный анализ и тензор электромагнитного поля.

Дата сдачи на проверку ...21.05.2019.....

Исходные данные:

*Задание 1.* На плоскости введена косоугольная декартова система координат, угол между осями которой равен  $w$ . Записать метрический тензор и формулы для опускания и поднятия индексов (т.е. для перехода от контравариантных компонент к ковариантным и обратно). Убедиться, что скалярное произведение векторов не зависит от типа (ко или контра) используемого метрического тензора.

*Задание 2.* Записать компоненты ко- и контравариантного метрического тензора для пространства-времени Минковского в сферических координатах.

*Задание 3.* Обобщить закон преобразования векторов напряженности электромагнитного поля  $E$  и  $H$  при преобразовании Лоренца на случай произвольного направления вектора относительной скорости  $V$ .

*Задание 4.* Пусть в лабораторной системе координат угол между векторами напряженности  $E$  и  $H$  равен  $\varphi$ . Найти систему координат, в которой они параллельны. Проанализировать задачу на существование и единственность решения.

График выполнения работы:

№№ п/п	Наименование разделов (глав) курсовой работы	Дата окончания

Методические указания к теме работы.....  
.....  
.....

Дата выдачи задания...21.02.2019.....

Задание к исполнению принял.....



## ПРИЛОЖЕНИЕ 3. Образец аннотации.

### Аннотация

Целью курсовой работы является освоение аппарата тензорного анализа применительно к описанию электромагнитного поля в 4-х мерном пространстве-времени Минковского; изучение трансформационных свойств электромагнитного поля при преобразованиях Лоренца в контексте релятивистской физики.

Сделан обзор существующей литературы по заданной тематике. Определен круг задач, которые решаются в курсовой работе. Выработаны методы решения. В заключении сформулированы полученные результаты и выводы.

В ходе работы решены следующие задачи:

1. Получен ковариантный и контравариантный метрический тензор в двумерии для случая неортогональных координат.
2. Проверено, что при использовании как ковариантного, так и контравариантного метрического тензора скалярное произведение векторов остается инвариантным.
3. Получен ковариантный и контравариантный метрический тензор в четырехмерии для случая сферических координат.
4. Обобщен закон преобразования векторов напряженности электромагнитного поля при преобразовании Лоренца на случай произвольного направления вектора относительной скорости.
5. Проанализирована возможность перехода в подвижную систему координат, так чтобы электрическая и магнитная составляющие поля становились сонаправленными.
6. Для случая, когда такой переход возможен, получена явная формула для скорости подвижной системы координат.

Работа содержит Введение, Основную часть, Заключение, а также 3 приложения. Общее количество страниц – 33, рисунков – 6, таблиц – 5, список литературы включает 5 наименований.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 4. Образец содержания

### СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	5
1. Название первой главы.....	7
1.1. Название первого подраздела первой главы .....	7
1.2. Название второго подраздела первой главы .....	12
2. Название второй главы.....	20
1.1. Название первого подраздела первой главы .....	21
1.2. Название второго подраздела первой главы .....	32
...	
Заключение.....	37
Список литературы.....	38
Приложение 1. ....	40

## ПРИЛОЖЕНИЕ 5. Образец списка литературы

### ЛИТЕРАТУРА

1. Каликинский И. И. Электродинамика: Учебное пособие [Электронный ресурс]/ И.И. Каликинский. - 3-е изд., перераб. и доп. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 159 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Магистратура). (переплет) ISBN 978-5-16-006771-1 // ЭБС "Znanium.com". - URL:<http://znanium.com/bookread2.php?book=406832> (дата обращения: 23.09.2015) Режим доступа: ограниченный по логину и паролю.
2. Кураев А. А. Электродинамика и распространение радиоволн: Учебное пособие [Электронный ресурс]/ А.А. Кураев, Т.Л. Попкова, А.К. Сеницын. - М.: НИЦ Инфра-М; Мн.: Нов. знание, 2013. - 424 с.: ил.; - (Высшее образование: Бакалавриат). (п) ISBN 978-5-16-006211-2 // ЭБС "Znanium.com". - <http://znanium.com/bookread2.php?book=367972> (дата обращения: 23.09.2015) Режим доступа: ограниченный по логину и паролю.
3. Будагян И. Ф. Электродинамика: Учебное пособие / И.Ф. Будагян, В.Ф. Дубровин, А.С. Сигов. - М.: Альфа-М: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 304 с.: ил.; 60x90 1/16. - (Магистратура). (переплет) ISBN 978-5-98281-329-9. // ЭБС "Znanium.com". - <http://znanium.com/bookread2.php?book=391337> (дата обращения: 23.09.2015) Режим доступа: ограниченный по логину и паролю.
4. Григорьев АД. Методы вычислительной электродинамики. [Электронный ресурс] — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. — 432 с. — ISBN 978-5-9221-1450-9. // ЭБС "Книгафонд". - URL: <http://www.knigafund.ru/books/174599/read#page2> (дата обращения: 17.09.2015). Режим доступа: ограниченный по логину и паролю.
5. Попов Н.А. Уравнения Максвелла: Учебное пособие. [Электронный ресурс] - М. МПГУ, 2012. - 34 с. // ЭБС "Книгафонд". - URL: <http://www.knigafund.ru/books/173115/read#page2> (дата обращения: 17.09.2015). Режим доступа: ограниченный по логину и паролю.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 6. Образец оформления таблицы

**Таблица 1.1. Некоторые обозначения**

Величина	Обозначение
Элементы объема, площади, длины	$dV, df, dl$
Импульс и энергия частицы	$p, E$
4-тензор электромагнитного поля	$F_{ik}$
Скалярный и векторный потенциалы	$\varphi, A$
Напряженности полей	$E, H$
Плотности зарядов и тока	$\rho, j$
Электрический и магнитный дипольные моменты	$d, \mu$

## ПРИЛОЖЕНИЕ 7. Образец оформления графика

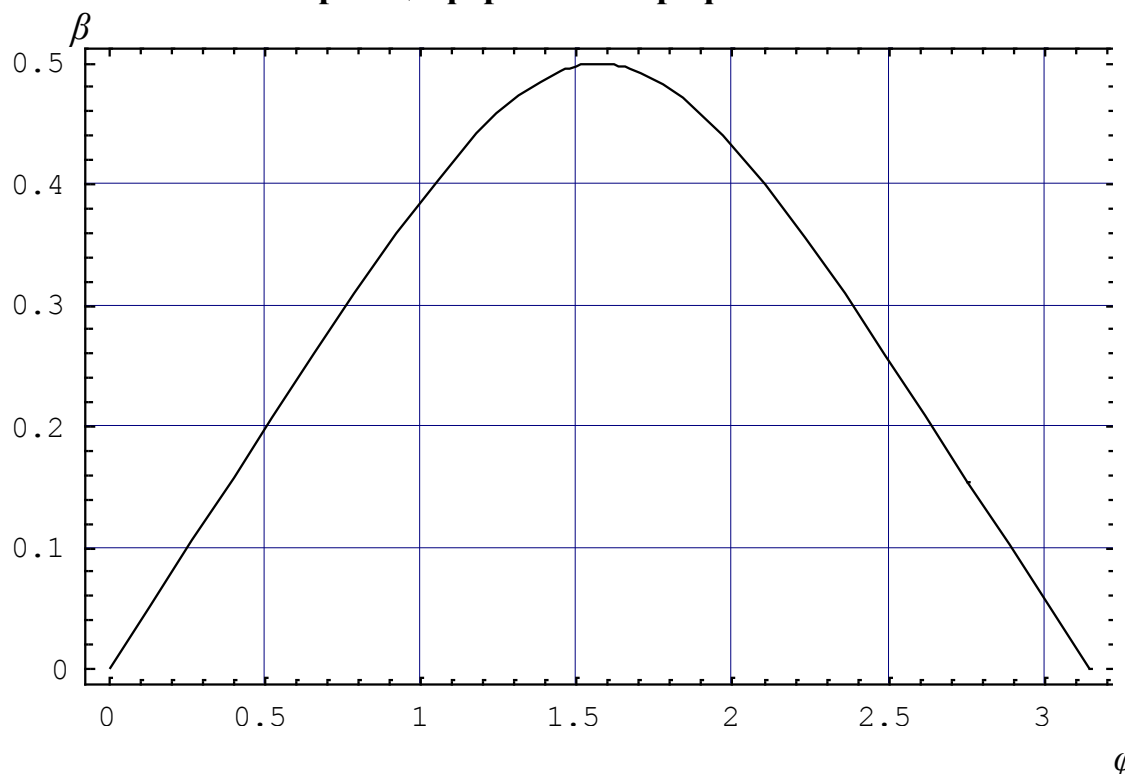


Рис.4.1. Задание 4. График зависимости параметра  $\beta$  движения штрихованной системы координат от угла  $\varphi$  между напряженностями электрического и магнитного поля в лабораторной системе координат (принято  $E = 2H$ ).

## ПРИЛОЖЕНИЕ 8. Образец основной части курсовой работы.

Для анализа роли потенциалов в электродинамике удобно использовать систему обозначений, принятую в специальной теории относительности, где пространство и время объединены в единый четырехмерный континуум с координатами  $\{t, x, y, z\}$ . Эти четыре координаты, включая временную, можно рассматривать как компоненты четырехмерного радиус-вектора

$$x^\mu : \mu = (0, 1, 2, 3), \quad x^0 = ct, \quad x^1 = x, \quad x^2 = y, \quad x^3 = z. \quad (1)$$

В специальной теории относительности *интервал* (расстояние) между двумя бесконечно близкими точками (событиями) в пространстве-времени определяется как

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2. \quad (2)$$

Соответственно, квадрат четырехмерного радиус-вектора есть

$$R^2 = c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2. \quad (3)$$

Для записи формул удобно ввести так называемые *контравариантные* (с индексами сверху) и *ковариантные* (с индексами снизу) компоненты 4-вектора:

$$x_\mu : x_0 = x^0 = ct, \quad x_1 = -x^1 = -x, \quad x_2 = -x^2 = -y, \quad x_3 = -x^3 = -z. \quad (4)$$

При этом

$$x_{\mu}x^{\mu} = \sum x_{\mu}x^{\mu} = c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2.$$

(В дальнейшем всюду предполагается суммирование по повторяющимся индексам).

Эти определения обобщаются для произвольного 4-вектора, который имеет одну временную и три пространственных компоненты:

$$A_{\mu}, A^{\mu} : A_0 = A^0, \quad A_1 = -A^1, \quad A_2 = -A^2, \quad A_3 = -A^3. \quad (5)$$

Для двух 4-векторов  $A^{\mu}, B^{\mu}$  определяется скалярное произведение:

$$A_{\mu}B^{\mu} = A^{\mu}B_{\mu} = g_{\mu\nu}A^{\mu}B^{\nu} = g^{\mu\nu}A_{\mu}B_{\nu} \quad (6)$$

Где в декартовых координатах инерциальной системы отсчета  $g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \text{diag}(+1, -1, -1, -1)$  -- метрика пространства-времени Минковского.

С помощью метрического тензора  $g_{\mu\nu}$  производится поднятие и опускание индексов:

$$A_{\mu} = g_{\mu\nu}A^{\nu}, \quad A^{\mu} = g^{\mu\nu}A_{\nu}. \quad (7)$$

Контравариантный и ковариантный метрические тензоры представляются взаимно обратными матрицами и соответственно сворачиваются на  $\delta$ -символ Кронекера.

При преобразованиях координат контравариантные компоненты тензоров преобразуются как дифференциалы:

$$A'^i = \frac{\partial x'^i}{\partial x^k} A^k, \quad (8)$$

а ковариантные компоненты преобразуются как производные скаляров:

$$A'_i = \frac{\partial x^k}{\partial x'^i} A_k . \quad (9)$$

Скалярный и векторный потенциалы электромагнитного поля могут быть объединены в четырехмерный вектор-потенциал:

$$A^\mu = (\varphi, \mathbf{A}), \quad A_\mu = (\varphi, -\mathbf{A}). \quad (10)$$

Далее представляется целесообразным ввести антисимметричный тензор 2-го ранга электромагнитного поля, который также естественным образом входит в уравнения движения заряженной частицы в электромагнитном поле, получаемые из 4-мерного действия:

$$F_{ik} = \frac{\partial A_k}{\partial x^i} - \frac{\partial A_i}{\partial x^k} = \partial_i A_k - \partial_k A_i \quad (11)$$

После несложных выкладок получим выражение тензора электромагнитного поля через компоненты напряженностей полей как в ковариантном виде:

$$F_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & E_1 & E_2 & E_3 \\ -E_1 & 0 & -H_3 & H_2 \\ -E_2 & H_3 & 0 & -H_1 \\ -E_3 & -H_2 & H_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

так и в контравариантном виде:

$$F^{ik} = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 & -E_2 & -E_3 \\ E_1 & 0 & -H_3 & H_2 \\ E_2 & H_3 & 0 & -H_1 \\ E_3 & -H_2 & H_1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Поднятие индексов произведено с помощью метрического тензора. Это приводит к изменению знака у тех компонент  $F_{\mu\nu}$ , у которых один из индексов является временным ( $\mu, \nu = 0$ ), а другой – пространственным ( $\mu, \nu = 1, 2, 3$ ):

$$F^{\mu\nu} = g^{\mu\lambda} g^{\nu\rho} F_{\lambda\rho} \quad (14)$$



Поскольку тензор электромагнитного поля фактически строится из напряженностей электрического и магнитного полей, он обладает очевидной калибровочной инвариантностью относительно градиентных преобразований потенциалов:

$$A^\mu \rightarrow A^\mu + \partial^\mu f. \quad (15)$$

Из антисимметричного тензора электромагнитного поля несложно составить независимые инвариантные комбинации (скалярную и псевдоскалярную):

$$\begin{aligned} F_{ik}F^{ik} &= 2(H^2 - E^2) = \text{inv} \\ \varepsilon^{iklm}F_{ik}F_{lm} &= -4(\mathbf{E}, \mathbf{H}) = \text{inv}, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $\varepsilon^{iklm}$  – полностью антисимметричный инвариантный 4-(псевдо)тензор ( $\varepsilon^{0123}=+1$ ). Также из антисимметричного тензора электромагнитного поля можно построить полностью антисимметричный тензор 3-го ранга  $G_{ijk}=\partial_{[i}F_{jk]}$  (квадратные скобки означают антисимметризацию индексов) с помощью которого в 4-мерной форме воспроизводится первая пара уравнений Максвелла (3-мерный вектор и скаляр =4 уравнения):

$$G_{ijk} = 0, \quad (17)$$

или в дуальном виде, где очевидно наличие именно 4-х компонент:

$$\varepsilon^{iklm}\partial_k F_{lm} = 0. \quad (18)$$

Соответствующие уравнения Максвелла это векторное:

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (19)$$

и скалярное:

$$\text{div } \mathbf{H} = 0. \quad (20)$$

Четырехмерная формулировка позволяет получить уравнения электромагнитного поля из принципа наименьшего действия и проанализировать их структуру, рассматривая в качестве полевых переменных не напряженности, а потенциалы поля, которые выполняют роль обобщенных координат. Согласно принципа наименьшего действия

физическая система характеризуется некоторой функцией, называемой *функцией Лагранжа*, зависящей от обобщенных координат и скоростей. Причем в промежутке между моментами времени  $t_1$  и  $t_2$  система эволюционирует так, чтобы *интеграл действия* принимал наименьшее значение. Уравнения электромагнитного поля (3е и 4ое уравнения Максвелла) получаются в результате варьирования действия:

$$S = - \int \left( \frac{1}{16\pi c} F_{ik} F^{ik} + \frac{1}{c^2} A_k j^k \right) d^4x \quad (21)$$

где  $d^4x = dV c dt$ , а интегрирование ведётся по всему пространству и по интервалу времени. Первый член под интегралом описывает свободное электромагнитное поле, а второй член описывает электромагнитное взаимодействие с полями материи, которым сопоставляется 4-вектор тока:  $j^k = (c\rho, \mathbf{j})$ . Принцип экстремального действия даёт уравнения движения электромагнитного поля:

$$\partial_k F^{ik} = - \frac{4\pi}{c} j^i \quad (22)$$

которые воспроизводят вторую пару 3-мерных уравнений Максвелла (3-мерное векторное и скалярное).

$$\text{rot } \mathbf{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} \quad (23)$$

$$\text{div } \mathbf{E} = 4\pi\rho \quad (24)$$

**Задание 1.** На плоскости введена косоугольная декартова система координат, угол между осями которой равен  $w$ . Записать метрический тензор и формулы для опускания и поднятия индексов (т.е. для перехода от контравариантных компонент к ковариантным и обратно). Убедиться, что скалярное произведение векторов не зависит от типа (ко- или контра-) используемого метрического тензора.

Обозначим единичные вектора сонаправленные базисным осям как  $e_1$  и  $e_2$ . Тогда 2 произвольных вектора будут описываться своими контравариантными координатами:

$$\mathbf{a} = a_1 \mathbf{e}_1 + a_2 \mathbf{e}_2 \sim (a_1, a_2) = \mathbf{a}^i, \quad \mathbf{b} = b_1 \mathbf{e}_1 + b_2 \mathbf{e}_2 \sim (b_1, b_2) = \mathbf{b}^i. \quad (25)$$

Их скалярное произведение будет следующим:

$$(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) = a_1 b_1 + a_1 b_2 \cos w + a_2 b_1 \cos w + a_2 b_2 \quad (26)$$

Соответственно, ковариантный метрический тензор будет иметь вид:

$$g_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & \cos w \\ \cos w & 1 \end{pmatrix}, \quad \det(g_{ik}) = \sin^2 w. \quad (27)$$

Пользуясь свойством взаимной обратности ко- и контравариантных метрических тензоров, нетрудно найти вид контравариантного метрического тензора:

$$g^{ik} = (g_{ik})^{-1} = \frac{1}{\sin^2 w} \begin{pmatrix} 1 & -\cos w \\ -\cos w & 1 \end{pmatrix}. \quad (28)$$

Теперь запишем наши вектора  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  в ковариантной форме

$$a_i = (a_1 + a_2 \cos w, a_1 \cos w + a_2), \quad b_i = (b_1 + b_2 \cos w, b_1 \cos w + b_2) \quad (29)$$

и посчитаем их скалярное произведение, используя контравариантный метрический тензор:

$$\begin{aligned} (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) &= a_i g^{ik} b_k = (1/\sin^2 w) [ a_1 b_1 + a_1 b_2 \cos w + a_2 b_1 \cos w + a_2 b_2 \cos^2 w + \\ &\quad + a_1 b_1 \cos^2 w + a_1 b_2 \cos w + a_2 b_1 \cos w + a_2 b_2 \\ &\quad - \cos w (a_1 b_1 \cos w + a_1 b_2 + a_2 b_2 \cos w + a_2 b_1 \cos^2 w + \\ &\quad a_1 b_1 \cos w + a_1 b_2 \cos^2 w + a_2 b_1 + a_2 b_2 \cos w) ] = \\ &= (1/\sin^2 w) [ a_1 b_1 (1 + \cos^2 w) + a_2 b_2 (1 + \cos^2 w) + 2(a_1 b_2 + a_2 b_1) \cos w \\ &\quad - 2 a_1 b_1 \cos^2 w - 2 a_2 b_2 \cos^2 w - a_1 b_2 (1 + \cos^2 w) \cos w - a_2 b_1 (1 + \cos^2 w) \cos w ] = \\ &= (1/\sin^2 w) [ a_1 b_1 \sin^2 w + a_2 b_2 \sin^2 w + a_1 b_2 (1 - \cos^2 w) \cos w + a_2 b_1 (1 - \cos^2 w) \cos w ] \\ &= a_1 b_1 + a_1 b_2 \cos w + a_2 b_1 \cos w + a_2 b_2 \end{aligned} \quad (30)$$

Что совпадает с результатом (26) полученным с помощью ковариантного метрического тензора.

Итак, получен ковариантный и контравариантный метрический тензор в двумерии для случая неортогональных координат. Путём явного вычисления проверено, что при использовании как ковариантного, так и контравариантного метрического тензора скалярное произведение векторов остается неизменным.

**Задание 2.** Записать компоненты ко- и контравариантного метрического тензора для пространства-времени Минковского в сферических координатах.

Пространственные сферические координаты точки (конца радиус-вектора) определяются 3-мя величинами: длиной радиус-вектора  $r$  ( $r \geq 0$ ), углом между осью  $OZ$  и радиус-вектором  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) и углом между осью  $OX$  и проекцией на плоскость  $XOY$  радиус-вектора  $\varphi$  ( $0 \leq \varphi < 2\pi$ ). Связь с декартовыми координатами даётся формулами:

$$\begin{aligned} x &= r \sin\theta \cos\varphi \\ y &= r \sin\theta \sin\varphi \\ z &= r \cos\theta \end{aligned} \quad (31)$$

При этом начало координат является особой точкой, поскольку ей не соответствуют никакие конкретные значения угловых координат. Временная координата по-прежнему описывается выражением  $x^0 = (c t)$ . Чтобы определить вид метрического тензора дадим в какой-то точке со сферическими координатами  $(r, \theta, \varphi)$  бесконечно малые приращения  $(dr, d\theta, d\varphi)$  соответственно. Тогда бесконечно малое приращение пространственного интервала будет диагональю бесконечно малого параллелепипеда с ребрами:  $dr$ ,  $r d\theta$ ,  $r \sin\theta d\varphi$ . А квадрат этого приращения интервала будет вычисляться по 3-мерной теореме Пифагора:

$$d\mathbf{r}^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\varphi^2 \quad (32)$$

Теперь, помня что квадрат бесконечно малого приращения 4-мерного интервала есть:  $ds^2 = (dx^0)^2 - d\mathbf{r}^2$ , мы можем выписать ковариантный метрический тензор для сферических координат:

$$g_{ik} = \text{diag}(1, -1, -r^2, -r^2 \sin^2\theta) \quad (33)$$

Его диагональный вид является прямым следствием ортогональности сферических координат. Далее, используя свойство взаимной обратности ко- и контравариантных метрических тензоров, выпишем

контравариантный метрический тензор (который естественно тоже диагонален):

$$g^{ik} = \text{diag}(1, -1, -1/r^2, -1/(r^2 \sin^2 \theta)) \quad (34)$$

Итак, получен ковариантный и контравариантный метрический тензор в четырехмерии для случая сферических пространственных координат.

**Задание 3.** Обобщить закон преобразования векторов напряженности электромагнитного поля  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  при преобразовании Лоренца на случай произвольного направления вектора относительной скорости  $\mathbf{V}$ .

При традиционной конфигурации лабораторной системы  $K$  и подвижной  $K'$  (оси взаимно параллельны,  $K'$  движется вдоль оси  $OX$  со скоростью  $V$ ) 4-вектора преобразуются по формулам (которые есть следствие формул (8)):

$$A'^0 = \frac{A^0 - \beta A^1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, A'^1 = \frac{A^1 - \beta A^0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, A'^2 = A^2, A'^3 = A^3, \quad (35)$$

где  $\beta = V/c$ . Эти формулы естественным образом обобщаются на случай произвольного направления вектора скорости  $\mathbf{V}$  путем разложения пространственных векторов на продольные ( $\parallel$ ) и поперечные ( $\perp$ ) относительно скорости  $\mathbf{V}$  компоненты. Например, для координат события  $(ct, \mathbf{r})$  будем иметь следующие Лоренцевы преобразования:

$$ct' = \frac{ct - \beta r_{\parallel}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, r'_{\parallel} = \frac{r_{\parallel} - \beta(ct)}{\sqrt{1 - \beta^2}}, r'_{\perp} = r_{\perp}. \quad (36)$$

Используя формулы (36) несложно получить Лоренцевы преобразования напряженностей электромагнитного поля как компонент антисимметричного 4-мерного тензора 2-го ранга при традиционной конфигурации систем  $K$  и  $K'$ :

$$E'_y = \frac{E_y - \beta H_z}{\sqrt{1 - \beta^2}}, E'_z = \frac{E_z + \beta H_y}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$H'_y = \frac{H_y + \beta E_z}{\sqrt{1 - \beta^2}}, H'_z = \frac{H_z - \beta E_y}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$E'_x = E_x, H'_x = H_x. \quad (37)$$

Эти преобразования опять естественным образом обобщаются на случай произвольного направления вектора скорости  $\mathbf{V}$  посредством разложения пространственных векторов на продольные ( $\parallel$ ) и поперечные ( $\perp$ ) относительно скорости  $\mathbf{V}$  компоненты. Итак, выписываем искомые обобщенные преобразования:

$$E'_{\perp} = \frac{(\mathbf{E} + [\boldsymbol{\beta}, \mathbf{H}])_{\perp}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, H'_{\perp} = \frac{(\mathbf{H} - [\boldsymbol{\beta}, \mathbf{E}])_{\perp}}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$E'_{\parallel} = E_{\parallel}, H'_{\parallel} = H_{\parallel}. \quad (38)$$

**Задание 4.** Пусть в лабораторной системе координат угол между векторами напряженности  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  равен  $\varphi$ . Найти систему координат, в которой они параллельны. Проанализировать задачу на существование и единственность решения.

Во-первых отметим, что в силу существования электродинамического инварианта в виде скалярного произведения напряженностей электрического и магнитного полей:  $(\mathbf{E}, \mathbf{H}) = \text{inv}$ , при его занулении в какой-либо системе отсчета *не удастся найти систему координат, где бы эти поля были сонаправлены*. Такое будет наблюдаться, если существует система отсчета, где поля ортогональны, либо одно из них исчезает. Далее, очевидно, что если мы найдем систему координат, где напряженности  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  параллельны, то в любой другой системе координат, движущейся относительно этой вдоль полей, напряженности останутся параллельными. Т.е. задача будет иметь бесконечно много решений. Поэтому достаточно найти одно решение – систему координат движущуюся ортогонально исходным полям. Перейдем к аналитическому решению задачи. Выберем лабораторную систему координат  $K$  так, чтобы поле  $\mathbf{E}$  было направлено вдоль оси  $OY$ , а поле  $\mathbf{H}$  лежало в плоскости  $OYZ$ .

Будем искать штрихованную систему координат  $K'$ , движущуюся относительно  $K$  вдоль оси  $OX$  со скоростью  $V$ . Итак, исходные 3-мерные напряженности описываются координатами:

$$\mathbf{E} = (0, E, 0); \mathbf{H} = (0, H \cos \varphi, H \sin \varphi). \quad (39)$$

Без ограничения общности будем считать:  $E, H \geq 0$ ,  $0 \leq \varphi \leq \pi$ . После перехода в систему  $K'$  компоненты напряженностей будут описываться выражениями:

$$E'_y = \frac{E_y - \beta H_z}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{E - \beta H \sin \varphi}{\sqrt{1 - \beta^2}}, E'_z = \frac{E_z + \beta H_y}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\beta H \cos \varphi}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$$H'_y = \frac{H_y + \beta E_z}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{H \cos \varphi}{\sqrt{1 - \beta^2}}, H'_z = \frac{H_z - \beta E_y}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{H \sin \varphi - \beta E}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (40)$$

где  $\beta = V/c$ . Условие параллельности напряженностей в штрихованной системе запишем в виде:

$$\frac{E'_y}{H'_y} = \frac{E'_z}{H'_z}. \quad (41)$$

Откуда получаем квадратное уравнение на  $\beta$ :

$$\beta H^2 \cos^2 \varphi = (E - \beta H \sin \varphi)(H \sin \varphi - \beta E)$$

$$\beta^2 - \beta \frac{E^2 + H^2}{EH \sin \varphi} + 1 = 0. \quad (42)$$

У этого уравнения всегда неотрицательный дискриминант. Конечно, из 2-х решений следует выбирать корень удовлетворяющий условию  $|\beta| < 1$ , что соответствует движению штрихованной системы координат со скоростью меньше скорости света  $c$  в направлении оси  $OX$ .

$$\beta = \frac{1}{2} \left( \frac{E^2 + H^2}{EH \sin \varphi} - \sqrt{\left( \frac{E^2 + H^2}{EH \sin \varphi} \right)^2 - 4} \right) \quad (43)$$

Повторим, что на это движение можно наложить движение в плоскости  $YOZ$  с произвольной скоростью вдоль направления:

$$(E - \beta H \sin \varphi, \beta H \cos \varphi) \quad (44)$$

при этом условие параллельности напряженностей по-прежнему будет выполняться.

Итак, мы показали, что задача перехода в подвижную систему координат, так чтобы электрическая и магнитная составляющие напряженности поля в заданной точке становились параллельными может не иметь решения, либо иметь бесконечно много решений. Аналитически получено фундаментальное решение (43) и указан класс его преобразований (44), переводящих в другие решения.