Nuclear Science and Technology 4:496-501, DOI: 10.15669/pnst.4.496.
14. Musulmanbekov G., Haidary A.Al. // Fragmentation of Nuclei at Intermediate and High Energies in Modifed Cascade Model, arXiv:nucl-th/0206054, Phys. Atom. Nucl. 66 (2003) 1671-1679; Yad.Fiz. 66 (2003) 1719-1727.
15. Ogawa T., Sato T., Hashimoto S., Satoh D., Tsuda S., Niita K. // Phys. Rev. C 92, 024614 (2015).
16. Parodi K., Mairani A. and Sommerer F. // Monte Carlo-based parametrization of the lateral dose spread for clinical treatment planning of scanned proton and carbon ion beams, Journal of Radiation Research, 2013, 54, 191–196.
17. Tuomanen S., Moskvin V., For J. // SAFT-144: Analytical Closed Form Approximation for Carbon Ion Bragg Curves in Water, Medical Physics 43(6):3495-3495.
18. Ulmer W. and Schaffner B. // Foundation of an analytical proton beamlet model for inclusion in a general proton dose calculation system, Radiation Physics and Chemistry, 80 (2011), 378–389.
19. Werner Ch.J. // MCNP® User’s Manual Code Version 6//LA-UR-17-29981.

ИССЛЕДОВАНИЕ МОЩНОСТИ КРИТЕРИЕВ МНОЖЕСТВЕННЫХ СРАВНЕНИЙ, ПРИМЕНЁННЫХ К ВЫБОРКАМ С НЕГАУССОВЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ЭЛЕМЕНТОВ

В.Н. Алдобаев[1], А.А. Масликов[2], М.С. Скворцова[2]

[1]Отдел химических разработок, Протвинского филиала АО «НИИ НПО «ЛУЧ»
[2]Филиал «Протвино» государственного университета «Дубна»

E-mail: masspref@yandex.ru

Методом Монте-Карло исследуется влияние ненормальности выборок небольшого объёма на эффективность критериев множественных сравнений (ANOVA, апостериорный критерий Тьюки). В качестве ненормальных распределений использовались хи-квадрат и, ограниченное, содной стороны, распределение Джонсона. Получены зависимости мощностей указанных критериев от величины эффекта, часть которых представлены в виде графиков. Сделаны выводы о применимости и свойствах критериев.

Ключевые слова: дисперсионный анализ, множественные сравнения, апостериорный критерий Тьюки, мощность

В данной работе мы продолжили исследование влияния отклонений элементов выборок от Гауссова распределения на эффективность критериев множественных сравнений применительно к выборкам небольшого объёма (5-9 элементов) [1].

Известно, что при проверке статистических гипотез исследователь рискует совершить ошибки двух видов: ошибка I-го рода, когда ошибочно отклоняется верная гипотеза, и ошибка II-го рода, когда ошибочно принимается ложная гипотеза. Вероятность ошибки I-го рода принято обозначать α и называть уровнем значимости, стандартом для него является значение 0,05. Вероятность ошибки II-го рода обозначают β. Ошибки I и II рода являются конкурирующими, уменьшение вероятности одной влечёт увеличение вероятности другой. Ещё одной полезной характеристикой является мощность критерия ($1-\beta$). Чем больше мощность критерия, тем увереннее он обнаруживает различия между выборками. Обычно считают приемлемой мощность порядка 0,8. Разумеется, мощность зависит не только от объёма выборок (чем больше элементов в выборках, тем критерий оказывается мощнее), но и от величины эффекта, поэтому, полезно иметь таблицы (или графики) для разных значений эффектов. Наиболее хорошо изучены различные зависимости мощностей критериев для нормальных (Гауссовых) распределений, поскольку если нет надёжных оснований считать распределение отличным от нормального, то делается предположение о нормальности распределений в силу центральной предельной теоремы.

В токсикологии, медицине, фармакологии, в частности при проведении доклинических и первой фазы клинических испытаний фармацевтической продукции, приходится иметь дело с множественными сравнениями различных физиологических параметров, например: биохимические параметры мочи и крови, гематологические показатели крови, массовые индексы внутренних органов для подопытных животных. При этом в силу специфики исследований и по соображениям этического характера зачастую проблематично обеспечить большой объём выборок и быть уверенным в нормальности соответствующих генеральных совокупностей. В связи с этим представляется интересным исследовать влияние отклонений элементов выборок малого объёма от закона нормального распределения на процедуру дисперсионного анализа (ANOVA) и тесты множественных сравнений. В этой статье мы исследовали мощность критериев множественных сравнений, применяемых к искажённым нормальным распределениям. Традиционные аналитические методы исследования эффективны при весьма жёстких ограничениях на соответствующие генеральные совокупности. В то же время для решения этого вопроса с успехом можно применять компьютерные симуляции, в частности метод Монте-Карло [2].

В качестве инструментария мы использовали программы, написанные в пакете WolframMathematica (WM). Идея заключалась в том, чтобы, следуя методу Монте-Карло, генерировать случайные выборки из различных распределений и применять к ним исследуемые тесты. В WM есть возможность подключить генератор псевдослучайных чисел “MersenneTwister”, который и был использован в работе. Вихрь Мерсенна — генератор сдвигового регистра обобщенной обратной связи с огромным периодом (2^{19937}–1), гарантирующим высочайшую степень случайности [3, 4]. Пакет WM позволяет формировать компактные программы для генерации большого числа случайных выборок из широкого набора библиотечных распределений.

Был выбран следующий формат компьютерного эксперимента. Каждый раз использовались четыре выборки из искажённых нормальных распределений, а именно χ^2 с числом степеней свободы $df = 4$ и ограниченное с одной стороны распределение Джонсона: $Y = \sigma\, exp\,((X - \gamma)/\delta) + \mu,$ — где X — случайная величина, распределенная по стандартному нормальному закону. Интегральная функция распределения Джонсона выражается формулой: $J(Y) = \Phi[\sigma\, ln\,((Y - \gamma)/\delta) + \mu]$, где Φ — интегральная функция стандартного нормального распределения. Два распределения располагались так, чтобы они имели одинаковое математическое ожидание, а два других сдвигались в разные стороны, позволяя изменять наблюдаемый эффект. Величина сдвига измерялась в единицах среднеквадратического отклонения σ изучаемого распределения. Сдвиг изменялся от 0,0 σ до 1,4 σ с шагом 0,2σ. Каждое значение мощности ANOVA и post-hoc теста Тьюки [5] вычислялось по 10^5 сгенерированным четвёркам выборок. При этом погрешность метода Монте-Карло была пропорциональна $\sim 1/\sqrt{100000} = 0{,}00316$. Коэффициент пропорциональности оценивали «экспериментально», например, сгенерировав серию по 1000 четвёрок и получив по этой серии оценку СКО для 1000, далее просто учитывали, что у нас каждый раз происходило 10^5 генераций. В итоге оказывалось, что 95%-ая погрешность для мощности в формате нашего исследования не хуже 0,004. Число элементов в выборках последовательно менялось ~5, 7, 9. Распределения χ^2 и Джонсона имеют значительную положительную асимметрию. Поэтому аналогично были исследованы случаи, когда 2 из 4-х распределения были инвертированы, т.е. имели отрицательную асимметрию. Такая же процедура была проведена со стандартным нормальным распределением, чтобы иметь возможность сравнить графики мощностей критериев, применённых к искажённым распределениям и к нормальному распределению.

Ниже приведены характеристики использованных нами распределений. Для χ^2 с n степенями свободы: математическое ожидание $\mu = n$, дисперсия $\sigma^2 = 2n$, коэффициент асимметрии $\sqrt{\frac{8}{n}}$, эксцесс $3+12/n$. В нашем случае χ^2 распределения с $df = 4$ имели: $\mu = 4$, $\sigma^2 = 8$, коэффициент асимметрии $A = \sqrt{2}$, эксцесс $E = 6$. Для ограниченного слева распределения Джонсона были выбраны параметры: $\gamma=0$, $\delta=4/5$, $\mu=0$, $\sigma=1$. Характеристики такого распределения Джонсона были следующими: математическое ожидание $\mu=\exp(25/32)=2{,}184$, дисперсия $\sigma^2 = e^{25/16}\left(-1 + e^{25/16}\right) = 17{,}99$, асимметрия $A = \sqrt{-1 + e^{25/16}}\left(2 + e^{25/16}\right) = 13{,}148$, эксцесс $E = -3 + e^{25/8}\left(3 + e^{25/16}\left(2 + e^{25/16}\right)\right) = 800{,}46$.

Поскольку вид функций плотности нормального распределения и χ^2 общеизвестны, представим для наглядности только графики плотности χ^2 распределения и Джонсона с инверсией 2-х из 4-х распределений и со сдвигом 0,4 σ(рис.1-2).

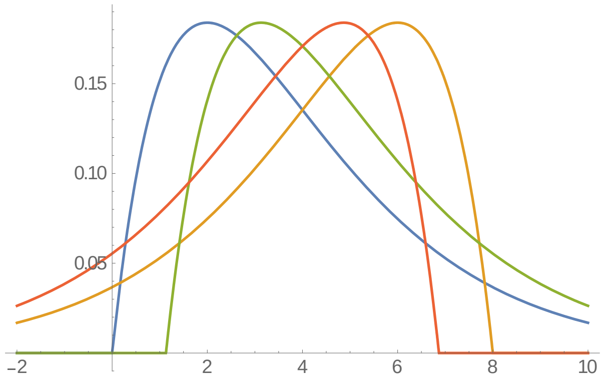

Рис.1.Графики со сдвигом 0,4σ для распределения χ^2, с инверсией 2-х распределений

Для случая отсутствия инверсии по центральному распределению генерировалось сразу 2 выборки.

Для стандартного нормального распределения асимметрия и эксцесс составляют соответственно A=0, E=3. Положительная-отрицательная асимметрия соответствует перекосу вправо-влево. Большой эксцесс соответствует островершинности распределения, а малый — обратной «деформации» распределения. Мы исследовали асимметричные распределения с повышенным показателем эксцесса.

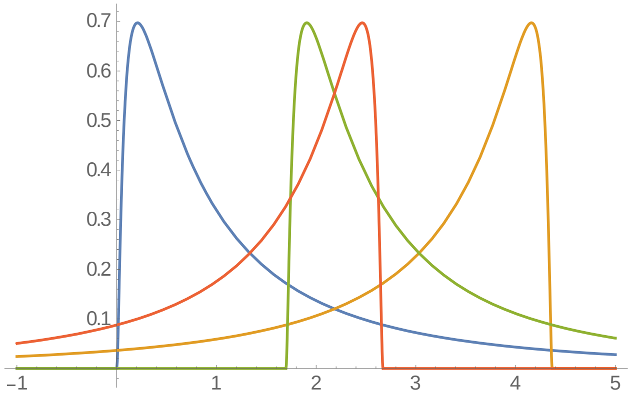

Рис.2. Графики со сдвигом 0,4σ для распределения Джонсона с инверсией 2-х распределений

Значения мощности критерия Тьюки (Tukey HSD), полученные для наших множественных сравнений с изменяющимся сдвигом для крайних выборок, нанесены на три графика (рис. 3-5), соответствующих различным объёмам выборок.

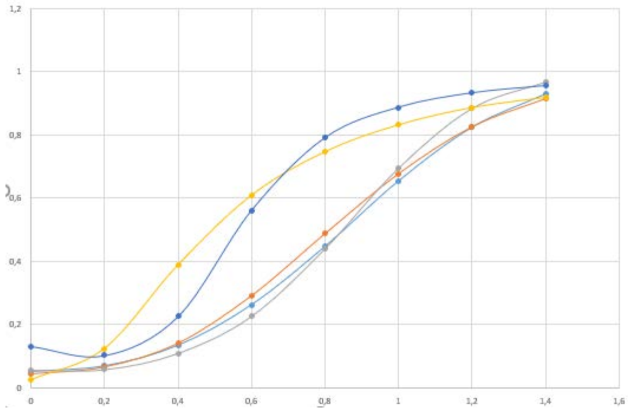

Рис. 3. Мощность критерия Тьюки (Tukey) для 5-ти элементов

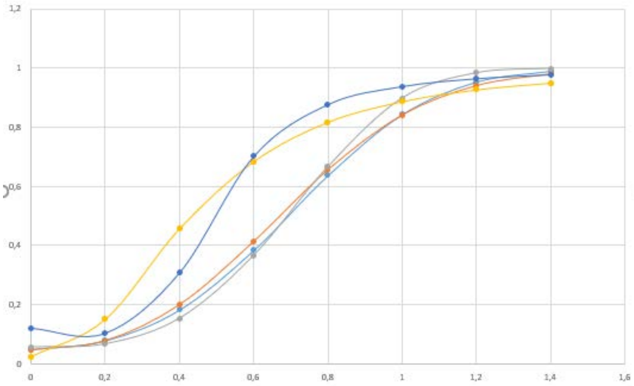

Рис. 4. Мощность критерия Тьюки (Tukey) для 7-ми элементов

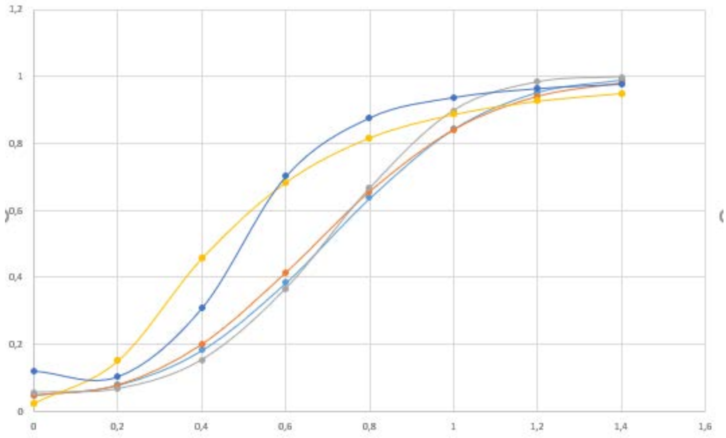

Рис. 5. Мощность критерия Тьюки (Tukey HSD) для 9-ти элементных выборок

Таким образом, по горизонтали отложен сдвиг крайних выборок от центральных в единицах СКО — σ, а по вертикали отложено значение мощности критерия Тьюки. Каждая точка есть результат применения теста Тьюки к 10^5 четвёрок сгенерированных выборок. При этом вычислялся результат дисперсионного анализа по тем же самым выборкам и сравнивался с результатом по Тьюки. Соответствие цветов графиков распределениям следующее: голубой — нормальное, оранжевый — χ^2, серый — χ^2 с инверсией, жёлтый — Джонсон, синий — Джонсон с инверсией.

Следует отметить, что распространённое мнение о том, что post-hoc тест Тьюки всегда имеет меньшую мощность, чем ANOVA, в данном случае не подтвердилось. Хотя обычно результат теста Тьюки согласуется с результатом дисперсионного анализа, по нашим наблюдениям критерий Тьюки обнаруживал различия между выборками там, где ANOVA их не замечал.

Еще одно важное наблюдение касается принципа построения критерия Тьюки. Исходя из полученных результатов, нельзя однозначно утверждать, что тест Тьюки настроен на обнаружение различий в математическом ожидании. Имеет смысл говорить о том, что критерий различает некую центральную тенденцию, связанную с математическим ожиданием. На это указывает рассмотрение графика мощности для выборок, построенных по распределению Джонсона с инверсией. На всех трёх графиках точка со сдвигом 0,2 σ расположена ниже точки без сдвига вообще с вероятностью не ниже 95%. Видимо, это объясняется сильной искаженностью распределения Джонсона по сравнению с нормальным, что проявляется в большом значении эксцесса E=800 по сравнению с E=3 для нормального.

В целом следует отметить, что все графики мощности монотонно стремятся к 1 с увеличением эффекта (сдвига) и с увеличением объёма выборок. При этом они воспроизводят форму кривой мощности для множественного сравнения выборок из нормальных распределений. Кривые мощности критерия Тьюки для распределений χ^2 вообще весьма близко расположены к кривой мощности для нормального распределения, при этом отличие не очень велико и для χ^2 с разнонаправленными асимметриями. Для выборок из распределения Джонсона ситуация несколько иная. Наблюдается отклонение от мощностей для нормальных распределений преимущественно в средней области, но это отклонение направлено в сторону увеличения мощности, что говорит о том, что для выборок (распределений) с большим эксцессом критерий Тьюки более эффективно обнаруживает даже малые различия.

Таким образом, на основании представленных результатов мы склонны считать, что невозможность успешно применять параметрические методы множественных сравнений при нарушении условий нормальности выборок и/или гомогенности их дисперсий, отдавая предпочтение непараметрическим методам, сильно преувеличена.

Список литературы:

1. Алдобаев В.Н., Артемьева А.Д., Масликов А.А. Исследование поведения классических критериев множественных сравнений, на ненормальных неоднородных распределениях, методом Монте-Карло // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Системный анализ и информационные технологии. - 2021. - №3. - С. 72-80.
2. Лемешко Б.Ю., Лемешко С.Б., Постовалов С.Н., Чимитова Е.В. Статистический анализ данных, моделирование и исследование вероятностных закономерностей. Компьютерный подход. - Изд-воНГТУ, 2011. - 888 с.
3. Matsumoto, M. 623-Dimensionally Equidistributed Uniform Pseudorandom Number Generator. ACM Transactions on Modeling and

Computer Simulation 8 / M. Matsumoto, T. Nishimura. – 1998. – No 1. – P. 3–30.
4. Nishimura, T. Tables of 64-Bit Mersenne Twisters. ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation 10 / T. Nishimura. – 2000. – No 4. – P. 348–357. DOI:10.1145/369534.369540.
5. Тьюки, Джон (1949). "Сравнение индивидуальных средних в Дисперсионном анализе". Биометрия. 5 (2): 99–114.

ПРИМЕНЕНИЕ СОВРЕМЕННЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОЙ ПОДГОТОВКИ ИНЖЕНЕРНЫХ КАДРОВ В ФИЛИАЛЕ «ПРОТВИНО» ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА «ДУБНА»

А.А. Евсиков, В.А. Коковин, А.П. Леонов, П.В. Маков, А.Н. Сытин

Филиал «Протвино» государственного университета «Дубна»

E-mail: secretary@uni-protvino.ru

Рассмотрены особенности создания лабораторной базы ВУЗа в условиях высокой динамики развития аппаратных и программных средств, используемых в современном оборудовании. Проанализированы проблемы «виртуализации» лабораторных практикумов и реализуемые в филиале «Протвино» подходы к преодолению трудностей, возникающих при создании лабораторной среды.

Ключевые слова: подготовка инженерных кадров, современные программно-аппаратные средства, специализированное программное обеспечение, создание лабораторных стендов

В филиале «Протвино» государственного университета «Дубна» осуществляется подготовка инженерных кадров по следующим направлениям:

- 03.03.02 Физика (профиль — «Медицинская физика»);
- 09.03.01 Информатика и вычислительная техника (профиль — «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем»);
- 15.03.04 Автоматизация технологических процессов и производств (профиль — «Автоматизация технологических процессов и производств»).

Указанные направления отличаются *высокой динамикой развития используемых в них технических средств* [3, 7].