УДК 539.182

ТЕРНАРНЫЕ СИММЕТРИИ О НЕВИДИМОМ СВЕТЕ И ТЕМНОЙ МАТЕРИИ ВСЕЛЕННОЙ

TERNARY SYMMETRIES ABOUT THE INVISIBLE LIGHT AND DARK MATTER OF THE UNIVERSE

Геннадий Германович Волков
доктор физико-математических наук, профессор
старший научный сотрудник
МОУ «ИИФ»
Адрес: 142210, Московская обл.,
г. Серпухов, Большой Ударный пер., д. 1а
Тел.: +7(4967)35-31-93
E-mail: gennadii.volkov@rambler.ru

Алексей Николаевич Царьков
заслуженный деятель науки РФ
доктор технических наук, профессор
Президент Института –
Председатель Правления Института МОУ «ИИФ»
Адрес: 142210 Московская обл.,
г. Серпухов, Большой Ударный пер., д. 1а
Тел.: +7(4967) 35-31-93
E-mail: info@iifmail.ru

Александр Альбертович Масликов
кандидат физико-математических наук, доцент
заведующий комплексной лабораторией физики
Филиал «Протвино»
Государственного университета «Дубна»
Адрес: 142281, Московская обл.,
г. Протвино, Северный проезд, д. 9
Тел.: +7(4967)31-01-92
E-mail: masspref@yandex.ru

Сергей Владимирович Смуров
почетный работник науки и техники РФ
доктор технических наук, профессор
Первый Вице-президент Института –
Главный конструктор
Адрес: 142210, Московская обл.,
г. Серпухов, Большой Ударный пер., д. 1а
Тел.: +7(4967)35-31-93
E-mail: Svs_iif@mail.ru

Аннотация
В рамках геометрии n-арных комплексных и гиперкомплексных чисел рассмотрены возможности построения Абелевых обобщений U(1)em – симметрии света и не-Абелевых обобщений спиновой группы SU(2), которые могли бы стать основой описания «невидимого света», взаимодействующего с экзотической «n-спинорной» материей.
Ключевые слова: алгебры и группы Ли, тернарная алгебра и тернарная группа, кубические матрицы, субматерия и темная материя, невидимый свет.

Summary
Within the framework of the geometry of n-ary complex and hypercomplex numbers, the possibilities of constructing Abelian generalizations U(1)em – light symmetries and non-Abelian generalizations of the SU(2) spin group – which could become the basis for the description of «invisible light» interacting with exotic «n-spinor» matter.
Keywords: algebras and Lie groups, ternary algebra and ternary group, cubic matrices, submatter and dark matter, invisible light.

Необычные структуры многомерных пространств и новые динамические симметрии

Основные успехи в квантовой физике, начиная с нерелятивистской квантовой механики и заканчивая современными квантовыми теориями, положенными в основу Стандартной Модели, основанной на перенормируемых теориях квантовых Лоренц-ковариантных полей в 4-х мерном пространстве-времени [1], связаны с калибровочными группами внутренних симметрий $SU(3)$, $SU(2)$, $U(1)$. Конструкции неприводимых представлений не-Абелевых алгебр и соответствующих им групп во всей Картан-Ли классификации опираются на бесконечную серию конечномерных неприводимых представлений фундаментальной su(2)-алгебры и соответствующей ей $SU(2)$-группы. Не-Абелева группа $SU(2)$ позволила совершить многие наиважнейшие открытия в квантовой физике. Это и теория $SU(2)$-спина, теория изотопического $SU(2)$-спина протона и нейтрона, электрослабая модель Салама-Вайнберга с

$$SU(2_I) \times U(1_Y) -$$

калибровочной симметрией, спонтанно-нарушенной до $U(1)_{EM}$, и, наконец, $SU(2)$-кубитные системы в квантовой теории информации. Квантовая информатика является производной квантовой физики, и ее прогресс может сталкиваться с теми же трудностями и проблемами, с которыми сталкивается вся огромнейшая область современной квантовой физики, которых накопилось с момента ее зарождения предостаточно. Одно из важнейших направлений в квантовой информации связано с квантовым запутыванием многокубитных-кутритных состояний [2], анализ которых уходит в многомерные групповые многообразия. Пути поиска новых идей за пределами квантовой физики [3-6] могут быть связаны либо с поисками новых групп внутренних симметрий, либо с расширением размерности 4-х мерного пространства-времени и, соответственно, группы Лоренца, которое немедленно сталкивается с проблемами перенормируемости. Условие перенормируемости явилось одним из важнейших факторов для создания современной Стандартной Модели кварков и лептонов, базирующейся на теориях квантовых полей, которые перенормируемы только для 4-х мерного пространства-времени Лобачевского-Минковского[1]. Проблема использования в квантовой информации кутритов ведет в формализме матрицы плотности к рассмотрению 8-мерного $SU(3)$–многообразия. Стандартная модель (СМ) с внутренней калибровочной симметрией

$$SU(3^c) \times SU(2_I) \times U(1_Y),$$

описывающая динамику 3-х взаимодействий $n_f=3$ кварк-лептонных семейств, с одной стороны, включает в себя большое количество свободных параметров, а с другой-ряд важнейших открытых до сих вопросов:

а) запирание $SU(3^c)$-несинглетных $N^c=3$ цветовых состояний в адронах,

б) появление во Вселенной $n_f=3(+1?)$ кварк-лептонных семейств,

так и ждут до сих пор понимания. Попытки объяснения неполноты СМ инициировали огромные усилия по поиску более фундаментальной теории, например, в Теориях Великого Объединения, либо в супер-струнных подходах. Неполнота описания в Стандартной Модели кварк-лептонного многообразия квантового микромира Вселенной, скорее всего, обуславливается существованием в ней темной материи и темной энергии, которые могут составлять до ~20% и ~75% всей ее плотности. Существование темной материи подтверждается астрофизическими исследованиями, и если космологические оценки окажутся верными, то изученная человечеством электромагнитно-заряженная материя – планеты, звезды, галактики, мета-галактики и прочая звездная пыль составляют всего до 5% всей плотности Вселенной?!

Об Абелевых расширениях световой симметрии Вселенной

Открытие спина для огромного класса электромагнитных заряженных частиц позволило расширить основы Специальной теории относительности [3,7], первоначальное понимание которой было основано на заключительном этапе многовекового исследования, с одной стороны, электрических и магнитных свойств материи, а с другой стороны, пространственно-временных свойств света, которые были окончательно сформулированы в волновых уравнениях Максвелла, объединяющих все эти три явления в единую электромагнитную теорию. Неожиданным следствием этой единой теории физических явлений материи, вещества и электромагнитного излучения, является новое понимание геометрии окружающего мира, которое было выражено в гиперболической связи между пространственными и временными координатами

$$(x_0=ct, x_1, x_2, x_3)$$

в описании движения тела в различных инерциальных системах, которое привело к абсолютизму скорости света, отражающего необычную структуру электромагнитного вакуума видимой вселенной. Эта связь явилась следствием преобразований группы $SO(1,3)$, относительно которых уравнения Максвелла инвариантны. Однако открытие спина в 20-х годах XX-века, в дополнение к уже известной внутренней $U(1)_{EM} \approx S^1$ электромагнитно-зарядовой симметрии, позволило открыть новое фундаментальное свойство материи видимой вселенной, связанное с новой внутренней симметрией, описываемой не-Абелевой группой $SU(2)_{EM} \approx S^3$, которая была найдена Гамильтоном в конце XIX века в теории гипер-комплексных чисел – единичных кватернионов. Неприводимые унитарные представления группы

$$SU(2) : \mathcal{R}^{(j)}; j = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \dots$$

и затем

$$SL(2,\mathbb{C}) : \mathcal{R}^{(j_1,j_2)}; (j_1, j_2) = (0,0), \left(\frac{1}{2}, 0\right)\left(0, \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \dots$$

позволили классифицировать материю и, в частности, бозоны и фермионы и, более того, разделить материю на вещество и на материю-излучение, и наконец, на материю и антиматерию. Современная наука, как никогда, близка к пониманию некоторых особенностей более фундаментальной материи (субматерии или темной материи) и возможной ее роли в образовании видимой части Вселенной в $D=(3+1)$-мерном пространственно-временном континууме со всеми свойствами ее вакуума, выраженного прежде всего в абсолютизме скорости света совместно с наблюдаемой фермионной материей-веществом, имеющей «единую» электромагнитную природу.

Вопрос о свойствах этой субматерии и о «свете», который он излучает, можно исследовать из исторической эволюции познания современной Абелевой теории света и электромагнетизма вещества. Можно было бы предположить, что, подобно геометрическим свойствам электромагнитного излучения – света, гипотетическое излучение субматерии могло бы иметь также групповой характер Абелевой симметрии, так что оно способно было бы распространяться по всей многомерной гипер-вселенной и со скоростью, намного большей, чем скорость света [3,6,7]. В нашем предположении геометрические свойства такого излучения могут быть связаны с геометрией n-арных Абелевых комплексных чисел, имеющей, соответственно, $(n\text{-}1)$-Абелевых симметрий, одна из которых могла бы соответствовать уже известной внутренней Абелевой $U(1)$-симметрии электромагнитного света.

Заметим, что существование сингулярностей на малых расстояниях может привести к изменению метрики Римана и, следовательно, к динамическому нарушению пространственно-временной Лоренц-симметрии [8]. В случае нарушения локальной калибровочной симметрии группы

$$SU(2)_I \times U(1)_Y,$$

сопровождающееся нарушением пространственной симметрии P-четности, зарядовой симметрии C-четности и, соответственно, комбинированной симметрии CP-четности, пространственно-временная симметрия Лоренца-Пуанкаре не нарушается и, следовательно, в соответствие с теоремой Паули-Людерса [1], универсальная CPT-инвариантность также должна сохраняться со всеми ее важнейшими следствиями о равенства ряда свойств материи и анти-материи- массы и времени жизни частиц и анти-частиц [1].

Наш интерес к геометрии Абелевых (циклических) и не Абелевых комплексных чисел возник из наших поисков необычных алгебраических структур графов Берже, которые естественно появляются в классификации Калаби-Яу пространств с $SU(n)$-голономией (n=3,4,5,…) в рамках теории n-арных рефлексивных проективных чисел [4].

Абелевы расширения теории света на основе бесконечной C_n-серии групповых гиперповерхностей [10,11]. Комплексификация Эвклидовых пространств R^n на основе циклических групп C_n [9] позволяет строить групповые гипер-пространства

$$\sum\nolimits^{n-1} \subset \mathbb{R}^n,$$

причем соответствующие Абелевы группы симметрии $G^{(n-1)}$, являющиеся произведением компактных и некомпактных однопараметрических подгрупп. Основываясь на изученных свойствах внутренней калибровочной симметрии электромагнитного света $U(1)_{EM}$, разумно предположить, что соответствующая калибровочная симметрия невидимого света, распространяющегося во вселенной (гипер-вселенной), также должна быть Абелевой. Абелевы симметрии $G^{(n)}$ группового гипер-пространства

$$\sum\nolimits^{n-1} \subset \mathbb{R}^n,$$

в соответствие с голоморфизацией комплексифицированного Эвклидового пространства $\mathbb{R}^n$ позволяют также определить волновые уравнения предполагаемого невидимого излучения, инвариантные относительно группы $G^{(n)}$. Соответственно нашей схеме, вся внутренняя первичная «заряженная» материя Вселенной будет взаимодействовать с этим "невидимым светом" благодаря калибровочной локализации предлагаемых глобальных $G^{(n)}$Абелевых симметрий. В такой интерпретации можно предположить, что излучение, связанное с компактными симметриями, может распространяться только внутри компактных подпространств гипер-подпространства $\sum^{(n-1)}$, а некомпактные Абелевы излучения связаны некомпактными «направлениями» $\sum^{(n-1)}$. Возможно введение в такие схемы зарядов, которые могут быть связаны с расширением понятия операций n-комплексного сопряжения на основе неприводимых одномерных представлений циклических групп C_n. «Спиновые» свойства таких «n-спиноров» можно найти при рассмотрении не-Абелевых расширений циклических групп C_n [10].

Хорошо известно, что геометрическое начало внутренней калибровочной локальной симметрии квантовой электродинамики $U(1)_{EM}$ исторически связано с комплексификацией Эвклидовой плоскости $\mathbb{R}^2 \to \mathbb{C}$, при которой множество единичных по модулю комплексных чисел z в соответствии с определением закона композиции, сохраняющего норму

$$|z_1 \cdot z_2|^2 = |z_1|^2 \cdot |z_2|^2, \text{ где } |z|^2 = z \cdot \bar{z},$$

образует групповую поверхность

$$U(1) \cong S^1 \equiv \{z \in S^1 \colon |z|^2 = 1\}.$$

Аналогично n=2, для случая n=3 [10-14] использование циклической группы позволяет получить групповую поверхность $\sum^2 \subset \mathbb{R}^3$, чья двух-параметрическая Абелева группа

$$G^{(2)} = TU(1_K, 1_{NK})$$

имеет одну компактную Абелеву и одну некомпактную Абелеву подгруппы. Те же процедуры комплексификации $\mathbb{R}^n$ и голоморфизации на основе наборов всех неприводимых представлений циклических групп C_n мы провели до n=6 [11].

Основной вывод наших вычислений состоит в том, что Абелевы свойства циклических групп C_n приводят к факторизации всех соответствующих групповых (*n-1*)-мерных гиперповерхностей $\sum^{(n-1)}$ с определением Абелевой группы $G^{(n-1)}$, а анализом $G^{(n-1)}$-инвариантных дифференциальных уравнений Лапласа для n-арити гармонических функций

$$F_i(x_0, \cdots, x_{n-1}), i = 0, \dots, n-1,$$ [11],

где гармонические функции определяются через разложение голоморфной функции [10-14]:

$$\Phi(z, z^{(1)}, z^{(2)} \dots, z^{(n-1)}) \equiv \Phi(x_0, \cdots, x_{n-1}) = F_0(x_0, \cdots, x_{n-1})q_0 + F_1(x_0, \cdots, x_{n-1})q + \cdots + F_{n-1}(x_0, \cdots, x_{n-1})q^{n-1}$$

где для комплексных чисел n-арити

$$z = x_0 q_0 + x_1 q + \cdots + x_{n-2} q^{n-2} + x_{n-1} q^{n-1}$$

были введены следующие операции сопряжения [3-6, 10-14]

$$z^{(1)} \equiv \bar{z}, z^{(2)} \equiv \bar{\bar{z}}, z^{(3)} \equiv \bar{\bar{\bar{z}}}, \dots$$

Из дифференциальных уравнений Лапласа, найденных из уравнений Коши-Римана

$$\frac{\partial \Phi(z, z^{(1)}, z^{(2)} \dots, z^{(n-1)})}{\partial z^{(1)}} = \dots = \frac{\partial \Phi(z, z^{(1)}, z^{(2)} \dots, z^{(n-1)})}{\partial z^{(n-1)}} = 0,$$

имеющих по производным порядок *deg=(n)*, можно, следуя Дираку, извлечь корень степени *deg=(n)*, и получить линейные по производным, $G^{(n-1)}$-групп инвариантные уравнения для n-спиноров [10.11]:

$$\hat{F}(\partial x_0, \cdots, \partial x_{n-1})\psi = 0, \ \ \psi = \begin{pmatrix} \xi_0 \\ \vdots \\ \xi_{n-1} \end{pmatrix}.$$

Приведем для двух случаев

A) $q^n = q_0$;

B) $q^n = -q_0$

алгебраические выражения для Абелевых групповых гипер-поверхостей

$$\sum^{n-1}: \sum^{n-1} \subset \mathbb{R}^n,$$

определенных при циклической C_n-комплексификации Эвклидовых пространств $\mathbb{R}^n$ и соответствующих единичным нормированным алгебрам комплексных чисел n-арити (n=3,4,5,6):

$$|z \cdot z^{(1)} \dots z^{(n-2)} z^{(n-1)}| = 1.$$

Групповая 2-мерная гиперповерхность $\sum^2 \subset \mathbb{R}^3$, соответствующая единичным комплексным числам 3-арити:

случай А) $n=3 \rightarrow q_3{}^3 = q_0$; $\bar{q}_3 = e2^{i¶/3} q_3$

$$F_3(x_0, x_1, x_2) = x_0^3 + x_1^3 + x_2^3 - 3x_0x_1x_2 = R^3 = \rho * r^2$$

Групповая 3-мерная гиперповерхность $\sum^3 \subset \mathbb{R}^4$, соответствующая единичным комплексным числам 4-арити:

А) $q_4^4 = q_0 = \hat{1}$; $\bar{q}_4 = e^{\frac{i\pi}{2}} q_4$

$$F_4(x_0, \dots, x_3) = (f_1^2)^2 - (f_2^2)^2 = [x_1^2 + x_3^2 - 2x_0x_2]^2 - [x_0^2 + x_2^2 - 2x_1x_3]^2 = 1$$

Или

$$F_4(x_0, \dots, x_3) = (u_+^2 - v_+^2) * (u_-^2 + v_-^2) = H_-^2 * H_+^2 = 1$$

$$u_\pm = x_0 \pm x_2 ; v_\pm = x_1 \pm x_3$$

В) $q_4^4 = -q_0$; $\bar{q}_4 = e^{i\pi/2} q_4$

$$F_4(x_0, \dots, x_3) = (f_1^2)^2 + (f_2^2)^2 = = [x_1^2 - x_3^2 + 2x_0x_2]^2 + [x_0^2 - x_2^2 + 2x_1x_3]^2 = 1$$

Групповая 4-мерная гиперповерхность $\sum^4 \subset \mathbb{R}^5$, соответствующая единичным комплексным числам 5-арити:

А) $q_5^5 = q_0$; $\bar{q}_5 = e^{2i\pi/5} q_5$

$$F_5(x_0, \dots, x_4) = x_0^5 + x_1^5 + x_2^5 + x_3^5 + x_4^5 - 5x_0x_1x_2x_3$$

$$-5\{x_0^3(x_1x_4 + x_2x_3) + x_1^3(x_0x_2 + x_3x_4) + x_2^3(x_1x_3 + x_0x_4) + x_3^3(x_2x_4 + x_0x_1) + x_4^3(x_0x_3 + x_1x_2)\} +$$

$$+5\{x_0(x_1^2x_4^2 + x_2^2x_3^2) + x_1(x_0^2x_2^2 + x_3^2x_4^2) + + x_2(x_1^2x_3^2 + x_0^2x_4^2) + x_3(x_2^2x_4^2 + x_0^2x_1^2) + + x_4(x_0^2x_3^2 + x_1^2x_2^2)\} = R^5$$

Групповая 5-мерная гиперповерхность $\sum^5 \subset \mathbb{R}^6$, соответствующая единичным комплексным числам 6-арити:

Случай А:

$$n = 6 \rightarrow q_6^6 = q_0 ; \bar{q}_6 = e^{i\pi/3} q_6:$$

$$\{F_1^3\}^2 - \{F_1^3\}^2 = \{ [x_0^3 + x_2^3 + x_4^3 - 3x_0x_2x_4] - 3[x_0(x_3^2 - x_1x_5) + x_2(x_5^2 - x_1x_3) + x_4(x_1^2 - x_3x_5)]\}^2 - \{ [x_1^3 + x_3^3 + x_5^3 - 3x_1x_3x_5] - 3[x_1(x_2^2 - x_0x_4) + x_3(x_4^2 - x_0x_4) + x_5(x_0^2 - x_3x_4)]\}^2 = R^6$$

Или

$$\{F_1^3\}^2 * \{F_1^3\}^2 = \{ [u_0^3 + u_1^3 + u_2^3 - 3u_0u_1u_2\}^2 * \{ [v_0^3 + v_1^3 + v_2^3 - 3v_0v_1v_2\}^2 = \rho_1 r_1^2 * \rho_2 r_2^2 = R^5$$

$$u_0 = x_0 + x_3, u_1 = x_1 + x_4, u_0 = x_2 + x_5,$$

$$v = x_0 - x_3, v_1 = x_1 - x_4, u_2 = x_2 - x_5,$$

В):

$$n = 6 \rightarrow q_6^6 = -q_0 ; \bar{q}_6 = e^{i\pi/3} q_6:$$

$$\{F_1^3\}^2 + \{F_1^3\}^2 = \{ [x_0^3 + x_2^3 - x_4^3 + 3x_0x_2x_4] - 3[x_0(x_3^2 - x_1x_5) + x_2(x_5^2 - x_1x_3) - x_4(x_1^2 - x_3x_5)]\}^2 + \{ [x_1^3 - x_3^3 + x_5^3 + 3x_1x_3x_5] - 3[x_1(x_2^2 - x_0x_4) - x_3(x_4^2 - x_0x_4) + x_5(x_0^2 - x_3x_4)]\}^2 = R^6$$

К новым квантовым свойствам материи *n*-фермионов

Создание квантовой физики и ее прогресс шли вслед за развитием математического аппарата от начала введения в математику комплексных чисел, последующего создания комплексного анализа и затем нового революционного шага – открытия кватернионов

$$e_0 = \hat{1}, e_i = i\sigma_i,$$

($\sigma_i, i = 1,2,3$ – матрицы Паули)
и их прямой связи с не-Абелевой *SU(2)*-группой унитарных унимодулярных (2x2)-матриц

$$U^+U = \hat{1}, \det U = 1\ ,$$

которые можно представить в виде

$$U = e^{i\alpha_k I_k},$$

где Эрмитовы генераторы

$$I_k^+ = I_k, k = 1,2,3$$

определяют коммутационные соотношения su(2)-алгебры

$$[I_i, I_j] = i\varepsilon_{ijk} I_k, I_k = \sigma_k/2.$$

Так если Шредингеровская волновая и Гейзенберговская операторно-матричная нерелятивистская квантовые механики в рамках *SO(3)*-группы пространственной симметрии смогли проквантовать спектр атома водорода, то открытие спина электрона/протонов позволило определить новую, дополнительную к группе *U(1)*, внутреннюю *SU(2)*-группу симметрий, чьи неприводимые представления позволили проклассифицировать всю электромагнитно-заряженную материю на две общие группы: фермионы-частицы-поля с полу-целыми спинами, и бозоны-частицы-поля с целыми значениями спина. Существование в квантовой физике фундаментального принципа неразличимости тождественных частиц приводит к различным следствиям для симметрий волновых функций пары фермионов $\psi(x_1, x_2)$ и бозонов $\phi(x_1, x_2)$ относительно перестановок $x_1 \leftrightarrow x_2$ (принцип симметрии): свойство симметрии или анти-симметрии волновых функций зависит от спина: частицы с полу-целым спином-фермионы описываются антисимметричной, а частицы с нулевым или целыми спином – бозоны – симметричными волновыми функциями:

$$\text{Фермионы: } \psi(x_1, x_2) = -\psi(x_2, x_1),$$

$$\text{Бозоны: } \phi(x_1, x_2) = \ \phi(x_2, x_1).$$

Принцип анти-симметрии утверждает, что в системе тождественных фермионов не может быть двух и более частиц находящихся в одном и том же состоянии. Для бозонов такого ограничения принцип симметрии не накладывает, что означает, что в одном состоянии может находиться любое число бозонов. Принцип анти-симметрии был полностью подтвержден при построении атомарной таблицы Менделеева.

Математический аппарат квантовой теории поля основан на теории комплексных и гипер-комплексных чисел с дальнейшим расширением до операторно-матричного формализма, в котором интенсивно используются понятия эрмитовости и унитарности. Расширение философии квантовой физики за счет расширения понятия комплексного числа ведет к расширению понятий унитарности и эрмитовости. Другое важное расширение, которое может быть связано с обобщением принципа анти-симметрии мы обсудим ниже.

Дуализм внутренних и внешних симметрий

Можно предположить, что в современной квантовой теории должна существовать конкретная связь между внутренними квантовыми свойствами полей-частиц и симметриями их взаимодействий с внешними непрерывными и глобальными симметриями *D=(3+1)*-мерного пространственно-временного континуума. Следствием существования такой связи приводило бы к пониманию соответствия квантовых свойств как основных, так и новых экзотических частиц, и их взаимодействий с внешними пространственно-временными симметриями. В противном случае, то есть в случае нарушения такого соответствия, возникает возможность расширения квантовой теории за счет введения в нее дополнительных внутренних и/или внешних пространственно-временных степеней свободы. Например, обнаружение новых экзотических симметрий могло бы привести даже к обобщению математического базиса квантовой теории, например к расширению таких фундаментальных концепций, как эрмитовость и унитарность! [9-14].

Три цвета

Нетривиальное расширение группы Лоренца и, соответственно, специальной теории относительности могут дать некоторые новые мотивы, которые могут быть связаны с проблемами $U(1)_{EM}$-природы Q_{EM}-заряда видимого вещества и *SU(2)*-спиновой структуры. Основные вопросы проблем атомной и ядерной физики перешли в физику кварков и лептонов. Открытие фундаментальных строительных блоков ядерной материи, протонов и нейтронов и изотопических ядерных сил перешло в $SU(3^c)$-цветную модель глюонного взаимодействия *u*- и *d*-кварков и их электромагнитного взаимодействия с электроном. Проблемы удержания «цвета» в адронах могут быть связаны с вопросом о связи $SU(3^c)$-групповой геометрии с *D=(1+3)*-мерной теорией теории Лоренца специальной теории относительности. На языке математики мы должны построить новое пространство-время размерности более 4-х с симметриями, более широкими, чем группа Лоренца, позволяющими существование экзотических спиноров со «спином» *1/n, n*=3,5,6,...?! В новом пространственно-временном континууме построение новой квантовой теории полей субматерии («маркрионов») могло бы быть привести к пониманию создания из нее наблюдаемой кварк-лептонной материи, наделенной полуцелым спином, электрическим и цветовым зарядами, гравитационной массой Ньютона. В случае успеха мы могли бы продвинуться в понимании механизма формирования нашей Вселенной.

Мы можем дать небольшое резюме. Экспериментальная современная физика предоставила новые факты и явления, которые требуют расширения некоторых основных постулатов квантовой физики, требующих создания новой математики.

3-нейтрино

Особый вопрос заключается в выяснении пространственно-временных волновых свойств 3-нейтрино. Так, особые пространственно-временные свойства нейтрино, могли бы дать дополнительную информацию о геометрии нашего пространства-времени. Например, исключительные внутренние квантовые свойства 3-нейтрино открывают возможность рассматривать наблюдаемые три состояния нейтрино как квантовое 6-спинорное поле в 6-мерном пространстве-времени и в соответствии с этим рассматривать 3-нейтрино как «частица» - «античастица» и «анти-античастица», по аналогии с 4-х мерной теорией Дирака электрон-позитрона. В результате, совместно внутренние и внешние квантовые свойства 3-нейтрино могли бы указывать на существование многомерной (*D*=6 или более) гипер-вселенной, в которой сформировалась наша видимая вселенная [3,6,7]. В этом случае 3-нейтрино могло бы претендовать на роль посланника невидимого всеобъемлющего гипермира в нашу видимую вселенную.

Три кварк-лептонных поколений

Так в современной квантовой физике элементарных частиц мы должны найти геометрический статус квантовых явлений существования в природе 3-х цветовой симметрии кварков и 3-х кварк-лептонных поколений?

Для иллюстрации наш метод дает множество способов расширить метрику Лоренца с добавлением некоторой *n*-арной групповой инвариантности. Например, рассмотрим пример расширения Лоренц-инвариантной квадратичной формы в кубическую форму

$$s^2 = (x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2) \to (x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2) \cdot x_4.$$

Эта кубическая форма дополняет лоренц-инвариантность некоторыми тернарными симметриями [9-14].

Аналогично можно построить инвариантные геометрические формы с любой n-арной групповой симметрией.

Следуя этим группам симметрий можно представить существование экзотического спинорного вещества, спиноры-"спин" *1/n,n≥3*, взаимодействующими с соответствующими Абелевым калибровочным полем-«светом».

Для построения теорий со спином *1/n* сначала следует найти примеры геометрических пространств, позволяющих иметь такую спинорную структуру [10].

В соответствии с такими геометрическими объектами можно искать новые симметрии, которые мы уже начали изучать в классе *n*-арных симметрий с соответствующими *n*-арными алгебрами, что уже обсуждалось выше.

Исключительные свойства трех нейтрино говорят нам, что мы должны начать с *n*-арного (*n*=3,4,5,6 или более) обобщения всей бинарной математики [3-7, 9-14]. Можно полагать, что новые *n*-арные симметрии субматерии могли бы динамически объяснить единую структуру кварков и лептонов, следствием которой являлось бы следующее равенство:

$$N^\alpha = N_g = 3; \left(N^\alpha = N_g = (3+1)\right).$$

Невидимая фермионная материя (субматерия или темная материя) могла бы иметь некоторые новые внутренние групповые квантовые свойства, аналогично тому, как видимая ЭМ-материя имеет Абелевы $U(1)_{EM}$-зарядовые свойства и, дополнительно, не-Абелеву *SU(2)*-спин-структуры. В этом случае новый вид материи не мог бы напрямую взаимодействовать с нашей дираковской материей и фактически становился ненаблюдаемым. Введение в теорию материи с новыми специфическими спин-структурами требует нетривиального расширения геометрии *D*=(1+3)-мерного пространства-времени и, соответственно, нетривиального расширения группы внешней симметрии Лоренца *SO(1,3)*.

Не-Абелевы гиперкомплексные числа и расширение принципа тождественности

Абелевы группы симметрий, построенных на *n*-арных комплексных нормированных алгебрах, могли бы стать как базисными внутренними симметриями теорий невидимого света, так и дать информацию о волновых его свойствах.

Дальнейшее расширение n-арных комплексных чисел до не Абелевых гипер-комплексных позволяет построить не Абелеву группу симметрий, неприводимые представления которой могли бы предсказать и внутренние квантовые свойства экзотической субматерии-n-спиноров, взаимодействующих с невидимым светом [3,6].

Хорошо известно, что динамика взаимодействий кварков

$$q^{\alpha} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}$$

описывается локальной симметрией $SU(3)^c$, с – цвет – (QCD). $SU(3)$-группу Ли, как 8-мерное многообразие, образуют унитарные унимодулярные (3х3) матрицы $U \in SU(3)$, которые можно представить в экспоненциальном виде через параметры β_k и эрмитовы генераторы $T_k = T_k^+$ Ли алгебры $T_k \in su(3)$:

$$U = \exp\left(i \sum_{k=1}^{k=8} \beta_k T_k\right),$$

удовлетворяющие следующим коммутационным соотношениям

$$[T_k, T_l] = i\, f_{klm} T_m.$$

Проблему запирания цвета внутри адрона, в частности, ненаблюдение свободных кварков и глюонов можно пытаться решать через поиски другой цветовой симметрии или через композитную структуру кварков, например, через субматериальные составляющие, которые имеют какие-то другие новые внутренние квантовые свойства. В качестве таких кандидатов можно было бы рассмотреть n-спиноры (маарксрионы), квантовые свойства которых связаны с групповой геометрией не-Абелевых n-арных гиперчисел n=3.4,6,…

Изучение n-арных гипер-чисел уже дало нам интересное обобщение для правил их анти-коммутации [10], если сравнивать с расширением бинарных комплексных чисел до кватернионов.

Действительно, обобщение мнимой единицы $\{i | i^2 = -1\}$ на гипер-комплексные кватернионы с 3-мнимыми единицами:

$$\{e_a | e_a^2 = -1, a = 1,2,3\}$$

привело к концепции антикоммутативности для мнимых единиц:

$$e_a \cdot e_b = -e_b \cdot e_a, \qquad a \neq b.$$

Единичные мнимые кватернионы

$$e_a^2 = -1, a = 1,2,3$$

могут быть выражены в виде произведения эрмитовых бесследовых (2х2)-матриц Паули и мнимой единицы «i»:

$$e_a = i \cdot \sigma_a, \ \sigma_a^+ = \sigma_a, \qquad Tr\sigma_a = 0, \qquad \sigma_a^2 = \hat{1}_2$$

Расширение тернарных комплексных чисел до не-Абелевых гипер-комплексных чисел привело к 8 тернарно-мнимым единицам:

$$q_a : q_a^3 = q_0 = \hat{1}_3\,, a = 1,2,3,\cdots,8$$

и правило антикоммутативности расширяется следующим образом:

$$q_a \cdot q_b = j q_b \cdot q_a, \text{или } q_a \cdot q_b = j^2 q_b \cdot q_a, \qquad a \neq b\,,\ j = \exp(2\pi i/3)$$

В общем случае правило антикоммутации для n-арных чисел

$$q_a : q_a^n = \pm q_0 = \pm\hat{1}_3\,, a = 1,2,3,\cdots,(n^2-1)$$

может иметь следующий вид

$$q_a \cdot q_b = j^k q_b \cdot q_a, \qquad a \neq b\,,\ j = \exp\left(\frac{2\pi i}{n}\right), k = 1,\dots,(n-1)$$

Новые правила антикоммутации могут привести к обобщению принципа антисимметрии для тождественных частиц [10], который утверждает возможность наличия в квантовом состоянии n-идентичных частиц в зависимости от спиновой структуры n-спинор-спиноров.

Например, три трехцветных идентичных кварка могли бы находиться в одном квантовом состоянии в адронах! Действительно, используя новые правила антикоммутации [10], мы построили алгебру делением для гипер-тернарных комплексных чисел [3,10]:

$$z = (x_0 q_0 + x_7 q + x_8 q^2) + (x_1 q_0 + x_2 q + x_3 q^2) q_1 + (x_4 q_0 + x_5 q + x_6 q^2) q_1^2$$

Восемь мнимых единиц

$$\{q_k | q,\ q^2, q_1, q q_1,\ q^2 q_1, q_1^2, q q_1^2, q_1^2 q^2 | q_k^3 = q_0, |\}$$

образуют алгебру $Tsu(3)$, а единичные тернарные гиперкомплексные числа

$$[\{z\} \ \rightarrow\ ||z||^3 = \left| z \cdot \bar{z} \cdot \bar{\bar{z}} \right| = 1]$$

образуют соответственно тернарую не-Абелеву группу $TSU(3)$-группу, фундаментальные неприводимые представления которой

$$\Re(3), \Re(\bar{3}), \Re(\bar{\bar{3}})$$

образуют набор квантовых состояний, которые могут быть использованы для описания трех тернарно-сопряженных 3-спиноров. Соответствующая тернарная $TSU(3)$-инвариантаягиперповерхность принимает в $\sum^8 \subset \mathbb{R}^9$ следующий вид [10]:

$$F(z_0, z_1, z_3) = |z_0|^3 + |z_1|^3 + |z_2|^3 - \left(z_0 z_1 z_2 + \bar{z}_0 \bar{z}_1 \bar{z}_2 + \bar{\bar{z}}_0 \bar{\bar{z}}_1 \bar{\bar{z}}_2\right) = 1$$

где

$$z_0 = x_0 q_0 + x_7 q + x_8 q^2$$
$$z_1 = x_1 q_0 + x_2 q + x_3 q^2$$
$$z_2 = x_4 q_0 + x_5 q + x_6 q^2$$
$$\bar{q} = jq, \overline{q^2} = \bar{q}^2 = j^2 q.$$

Или

$$F(z_0, z_1, z_3) \equiv \textstyle\sum(x_0, x_1, \cdots, x_8)$$
$$= x_0^3 + x_7^3 + x_8^3 + x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + x_4^3 + x_5^3 + x_6^3 -$$

$—3x_0x_7x_8— 3x_1x_2x_3—3x_0x_7x_8$

$$-3x_0(x_1x_4 + x_2x_5 + x_3x_6) - 3x_7(x_1x_5 + x_2x_6 + x_3x_4) - 3x_8(x_1x_6 + x_2x_4 + x_3x_5) = 1$$

Сравним генераторы бинарной *su(3)* и тернарной *tsu(3)* алгебр, которые имеют следующие определения генераторов. Так рассмотрим стандартные эрмитовы генераторы алгебры *su(3)*, которые вводятся обычным образом

$$t_a = \left\{\frac{\lambda_a}{2}\right\};\ t_a^+ = t_a, Tr\{\lambda_a\lambda_b\} = 2\delta_{ab}$$

и 8 генераторов тернарной алгебры *tsu(3)*

$$\{Q_a : Q_a^3 = Q_0 = E\},$$

для которых было введено тернарное комплексное сопряжение, тернарное транспонирование, тернарное эрмитово сопряжение и тернарную унитарность [10].

$$\lambda_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$Q_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, Q_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$Q_2 = g\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & j \\ j^2 & 0 & 0 \end{pmatrix}, Q_5 = g^2\begin{pmatrix} 0 & 0 & j \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & j^2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix};$$

$$Q_3 = g^2\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & j^2 \\ j & 0 & 0 \end{pmatrix}, Q_6 = g\begin{pmatrix} 0 & 0 & j^2 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & j & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda_8 = \frac{1}{\sqrt{3}}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix};$$

$$Q_7 = g\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & j & 0 \\ 0 & 0 & j^2 \end{pmatrix}, Q_8 = g^2\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & j^2 & 0 \\ 0 & 0 & j \end{pmatrix}$$

$$\lambda_0 = Q_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$j^3 = 1,\quad g^3 = 1.$$

В дополнении к обычным бинарным скобкам Ли *tsu(3)*-алгебра допускает тернарное обобщение коммутатора:

$$[Q_k, Q_l, Q_m] = Q_kQ_lQ + jQ_lQ_mQ_k + j^2Q_mQ_kQ_l = f_{klm}^n Q_n$$

В базисе

$$q_1 = g\,Q_1,\ q_2 = g\,Q_2,\ q_3 = g\,Q_3,\ q_4 = g^2\,Q_4,\ q_5 = g^2\,Q_5,\ q_6 = g^2\,Q_6,\ q_7 = Q_7,\ q_8 = Q_8$$

выполняются следующие тернарные коммутационные соотношения (см. *таблицу 1*, выписаны только ненулевые элементы, их циклические перестановки сводятся к умножению на j и j^2).

Отметим, что в них не входит матрица Q_0.

Можно также использовать генераторы в виде кубических матриц с соответствующим правилом тернарного умножения:

$$\sum_{i,j,p=1}^{3} X_{ija}Y_{jpb}Z_{pic} = U_{abc}$$

$$U_{abc} = Tr\{(\hat{X})_a(\hat{Y})_b(\hat{Z})_c\}$$

I-группа

$$T_1(A) = \left\|\begin{array}{ccc|ccc|ccc} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right\|$$

$$T_2(B) = \left\|\begin{array}{ccc|ccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right\|$$

$$T_3(C) = \left\|\begin{array}{ccc|ccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right\|$$

II -группа

$$T_4(N) = \left\|\begin{array}{ccc|ccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right\|$$

$$T_5(Q) = \left\|\begin{array}{ccc|ccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right\|$$

$$T_6(F) = \left\|\begin{array}{ccc|ccc|ccc} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right\|$$

III -группа

$$T_7(G) = \left\|\begin{array}{ccc|ccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right\|$$

$$T_8(J) = \left\|\begin{array}{ccc|ccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right\|$$

$$T_0(E) = \left\|\begin{array}{ccc|ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right\|$$

$$T_kT_lT_m = s_{klm}^n T_n;\ s_{klm}^n = 1 \text{ или } 0$$

Так определенные кубические генераторы образуют замкнутую алгебру относительно введенного умножения кубических матриц, а детерминант модуля определяет групповое многообразие, уравнение которого почти полностью совпадает с выражением для группового многообразия *TSU(3)*:

$$det\left\{\sum_{a=0}^{8} x_aT_a\right\} = \hat{T}(x_0, \cdots, x_8) = \sum_{a=0}^{8} x_a^3 - 3(x_0x_7x_8 + x_1x_2x_3 + x_4x_5x_6)$$

$$+3x_0(x_2x_4 - x_1x_5) + 3x_7(x_1x_6 - x_3x_4) + 3x_8(x_3x_5 - x_2x_6)$$

$$\hat{T}(x_0 = x_7 = x_8 = 0) = (x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 - 3x_1x_2x_3) + (x_4^3 + x_5^3 + x_6^3 - 3x_4x_5x_6)$$

$$\hat{T}(x_1 = x_2 = x_3 = 0) = (x_0^3 + x_7^3 + x_8^3 - 3x_0x_7x_8) + (x_4^3 + x_5^3 + x_6^3 - 3x_4x_5x_6)$$

Таблица 1

N	[k,l,m]	n	f_{klm}^{n}	N	[k,l,m]	n	f_{klm}^{n}	N	[k,l,m]	n	f_{klm}^{n}
1	[1,1,2]	7	$3\,j^2$	2	[1,3,3]	7	3	3	[2,2,3]	7	$3\,j^2$
4	[1,1,6]	2	3 j	5	[2,2,4]	3	3 j	6	[3,3,5]	1	3 j
7	[1,1,7]	6	3	8	[2,2,7]	4	3	9	[3,3,7]	5	3
10	[1,2,4]	2	j-1	11	[2,1,4]	2	i√3	12	[1,2,5]	1	2+j
13	[2,1,5]	1	(-2-j)	14	[1,2,6]	3	j-1	15	[2,1,6]	3	i√3
16	[1,3,4]	3	(-2-j)	17	[3,1,4]	3	2+j	18	[1,3,5]	2	i√3
19	[3,1,5]	2	j-1	20	[1,3,6]	1	i√3	21	[3,1,6]	1	j-1
22	[2,3,4]	1	j-1	23	[3,2,4]	1	i√3	24	[2,3,5]	3	j-1
25	[3,2,5]	3	i√3	26	[2,3,6]	2	2+j	27	[3,2,6]	2	(-2-j)
28	[1,2,8]	4	1-j	29	[2,1,8]	4	j-1	30	[1,3,7]	4	j-1
31	[3,1,7]	4	(-2-j)	32	[1,3,8]	6	j-1	33	[3,1,8]	6	1-j
34	[1,2,7]	5	(-2-j)	35	[2,1,7]	5	j-1	36	[2,3,7]	6	(-2-j)
37	[3,2,7]	6	j-1	38	[2,3,8]	5	1-j	39	[3,2,8]	5	j-1
40	[4,4,5]	8	3	41	[4,6,6]	8	3 j	42	[5,5,6]	8	3
43	[3,4,4]	5	-3 (j + 1)	44	[1,5,5]	6	$3\,j^2$	45	[2,6,6]	4	-3 (j + 1)
46	[4,4,8]	3	$3\,j^2$	47	[5,5,8]	1	$3\,j^2$	48	[6,6,8]	2	$3\,j^2$
49	[1,4,5]	5	-i√3	50	[1,5,4]	5	(-2-j)	51	[2,4,5]	4	j-1
52	[2,5,4]	4	1-j	53	[3,4,5]	6	-i√3	54	[3,5,4]	6	(-2-j)
55	[1,4,6]	6	1-j	56	[1,6,4]	6	j-1	57	[2,4,6]	5	(-2-j)
58	[2,6,4]	5	-i√3	59	[3,4,6]	4	(-2-j)	60	[3,6,4]	4	-i√3
61	[1,5,6]	4	-i√3	62	[1,6,5]	4	(-2-j)	63	[2,5,6]	6	-i√3
64	[2,6,5]	6	(-2-j)	65	[3,5,6]	5	j-1	66	[3,6,5]	5	1-j
67	[4,5,7]	1	i√3	68	[5,4,7]	1	-i√3	69	[4,5,8]	2	i√3
70	[5,4,8]	2	2+j	71	[4,6,7]	3	-i√3	72	[6,4,7]	3	i√3
73	[4,6,8]	1	2+j	74	[6,4,8]	1	i√3	75	[5,6,7]	2	i√3
76	[6,5,7]	2	-i√3	77	[5,6,8]	3	i√3	78	[6,5,8]	3	2+j
79	[1,7,8]	1	2+j	80	[1,8,7]	1	i√3	81	[2,7,8]	2	2+j
82	[2,8,7]	2	i√3	83	[3,7,8]	3	2+j	84	[3,8,7]	3	i√3
85	[4,7,8]	4	i√3	86	[4,8,7]	4	2+j	87	[5,7,8]	5	i√3
88	[5,8,7]	5	2+j	89	[6,7,8]	6	i√3	90	[6,8,7]	6	2+j

$$\hat{T}(x_4 = x_5 = x_6 = 0) = (x_1^3+x_2^3+x_3^3-3x_1x_2x_3)+(x_0^3+x_7^3+x_8^3-3x_0x_7x_8)$$

Основной вывод современной физики заключается в том, что наша кварк-лептонная материя образует нашу видимую вселенную, что является лишь небольшой частью огромной гипер-вселенной. Критические вопросы, касающихся квантовых свойств материи, такие как спин, заряд, цвет, масса, ведут к поиску новых симметричных групповых пространств, которые, следуя историческому развитию геометрии, мы ищем в поисках новых теорий чисел, алгебр, конечных групповых симметрий и т.д. В следующей статье мы продолжим исследования групповых многообразий как для группы, так и для кубических групп, а также остановимся более подробно в нашем подходе на свойствах маарксрионов и сигнатуры для возможности их экспериментального обнаружения.

Литература

1. Боголюбов Н.Н., Логунов А.А., Оксак А.И., Тодоров И.Т. Общие принципы квантовой теории поля. М.: Наука, 1987. 616 с.
2. F. Mintert, C. Viviescas and A. Buchleitner, Basic Concepts of Entangled States Lect. Notes Phys. 768, 2009. Pp. 61-86.
3. G. Volkov, Hunting for the New Symmetries in Calabi-Yau Jungles, Int.J. Mod. Phys. A19 (2004) 4835-4860, hep-th/0402042.
4. Volkov G.G., Geometry of Majorana neutrino

and new symmetries, Annales Fond Broiglie, 31 (2006). 227 p.

5. Dubrovskiy A., Volkov G., Ternary numbers and algebras. Reflexive numbers and Berger graphs, Adv. Appl. Clifford Algebras, 17 (2007). Pp. 159-181.

6. Царьков А.Н., Смуров С.В., Волков Г.Г., Масликов А.А., Капитонов И.Ю. Симметрийно-групповые расширения аксиом квантовой физики в динамике квантовых систем // Известия Института инженерной физики, 2019. №4(54). С. 84-92.

7. Смуров С.В., Волков Г.Г., Глотова И.О., Кукин Н.С., Мурадова А.Р. Математические вопросы расширения основ квантовых теорий // Известия Института инженерной физики, 2015. №4(38). С. 71-84.

8. J. Ellis, N.E. Mavromatos, D.V. Nanopoulos, G. Volkov. Gravitational-Recoil Effects on Fermion Propagation in Space-Time Foam Gen.Rel. Grav.32:1777-1798, 2000 arXiv:gr-qc/9911055.

9. L.N. Lipatov, M. Rausch de Traunbenberg, G. Volkov. On the ternary complex analysis and its applications, J. Math. Phys. 49, 013502 (2008).

10. G. Volkov, Ternary «Quaternions» and Ternary TU(3) algebra, arXiv:1006.5627 (2010).

11. Volkov G.G., Maslikov A.A., Geometry of the Standard Model. Nonlinear Dynamics and Applications, Proceeding of the Twenty first Annual Seminar «NPCS», Minsk, 20 (2014). Pp. 257-264.

12. Волков Г.Г., Кукин Н.С., Глотова И.О., Мурадова А.Р., Холина Ю.С. Геометрии и симметрии атомарных квантовых систем // Известия Института инженерной физики, 2017. №1(43). С.48-57.

13. Смуров С.В., Волков Г.Г., Глотова И.О., Кукин Н.С., Мурадова А.Р. Введение в геометрию N-арных комплексных чисел // Известия Института инженерной физики, 2016. №2(40). С.75-84.

14. Волков Г.Г., Кукин Н.С., Глотова И.О., Мурадова А.Р. Тернарная групповая алгебра. Комплексный анализ в Эвклидовом проранстве // Известия Института инженерной физики, 2016. №3(41). С.50-56.