

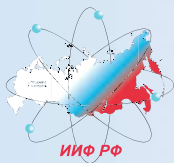
№ 4⁺⁰
2018 [50]

ИЗВЕСТИЯ

научно-технический журнал
ИНСТИТУТА ИНЖЕНЕРНОЙ ФИЗИКИ



ЮБИЛЕЙНЫЙ НОМЕР ЖУРНАЛА



В НОМЕРЕ

ПРИБОРОСТРОЕНИЕ, МЕТРОЛОГИЯ И ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ И СИСТЕМЫ

2 Лапин Д.Г., Владыко В.Б., Кожурякин Д.А.

Реконструкция топологии интегральных микросхем методом фокусированного ионного пучка

9 Ермаков А.М., Ермакова О.Н., Шлектарев В.А.

Установка локальной генерации слабых переменных магнитных полей для биологических исследований

15 Хижняк Е.П., Маевский Е.И., Хижняк Л.Н., Иваницкий Г.Р., Смуров С.В.

Возможности адаптации миниатюрных инфракрасных камер нового поколения к требованиям медицинской диагностики

23 Варлачев В.А., Дробышевский Ю.В., Столбов С.Н., Волков Г.Г., Дунилин В.М., Смуров С.В.

Эффективное управление потоками тепловых нейтронов: направления применения

32 Мартынов С.В., Ерёмин Б.Г., Никитенко В.В., Бутранов А.С.

Методика применения теплового манекена для оценки теплофизических свойств эвакуационного средства

РАДИОТЕХНИКА И СВЯЗЬ

39 Зеленевский В.В., Зеленевский Ю.В., Зеленевский А.В., Шмырин Е.В., Дурнов А.С., Рыженков В.А.

Каскадное кодирование данных эквидистантными двоичными и ортогональными двоичными кодами

43 Косяков Е.Н., Митряев Г.А.

Метод приоритетной диспетчеризации орбитального канального ресурса на основе немарковских приоритетных систем обслуживания

49 Чипига А.Ф., Шевченко В.А., Пашинцев В.П., Костюк Д.В.

Оценка энергетической скрытности низкочастотной системы спутниковой связи при произвольной кратности пространственно-разнесённого приема

56 Цимбал В.А., Тоискин В.Е., Лягин М.А.

Методика оптимизации скоростей в ДКМВ каналах составного виртуального соединения при доставке многопакетных сообщений на сеансе связи

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

62 Коломбет В.А., Лесных В.Н., Коломбет Е.В.

Новые перспективы приложений универсальной системы утраивающихся периодов

67 Смирнов Д.В., Коротин А.М., Воронов Я.Р.

Общие положения методики построения систем контроля целостности ответственной информации в системах АЛС на базе широкоэвещательного радиоканала

73 Мухин В.И., Самойлов С.В.

Автоматизированная информационная система прогнозирования состояния пожаровзрывоопасных объектов при воздействии ударных волн, генерируемых обычными средствами поражения

86 Смуров С.В., Масликов А.А., Волков Г.Г.

Идеи и методы генерации запутывания твердотельных спин-кубитов. Статистический ансамбль и матрица плотности

93 Попов А.Н., Тетерин Д.П., Атакищев О.И., Батраева И.А.

Матричный метод планирования траектории движения беспилотного летательного аппарата переменной массы

99 Кукин Н.С., Васильев А.Н., Семёнов П.А., Смуров С.В., Каргин Н.И., Тарелкин С.А., Бормашов В.С., Трощев С.Ю., Голованов А.В., Трофимов С.Д., Корчевая И.О., Мурадова А.Р., Никитин А.К.

Создание одиночного NV-центра в заданном месте синтетического кристалла алмаза

ИННОВАЦИОННЫЕ ПРОЕКТЫ

102 Васильев В.В., Сосновский Е.Н.

Влияние эллипсности на массовые характеристики фюзеляжа

ТЕХНИЧЕСКОЕ РЕГУЛИРОВАНИЕ

106 Смурова А.С.

К вопросу о механизме принудительного лицензирования как способе ограничения прав на интеллектуальную собственность в общественных интересах

109 СОБЫТИЯ

111 AUTHORS

113 ЭТИКА НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ

114 ТРЕБОВАНИЯ К АВТОРАМ СТАТЕЙ

Научно-технический журнал

ИЗВЕСТИЯ Института инженерной физики №4 (50) 2018

Издается с апреля 2006 г. Выходит ежеквартально
ISSN 2073-8110

Включен в «Перечень ВАК»
по группам научных специальностей:
05.11.00. Приборостроение, метрология и
информационно-измерительные приборы и системы
05.12.00. Радиотехника и связь
05.13.00. Информатика, вычислительная техника
и управление

Главный редактор,
председатель редакционного совета
и редакционной коллегии

Алексей Николаевич Царьков

Президент – Председатель Правления МОУ «ИИФ»,
заслуженный деятель науки РФ,
доктор технических наук, профессор

Редакционный совет

Геннадий Иванович Азаров

главный научный сотрудник ФГУП «16 ЦНИИ МО РФ»
заслуженный деятель науки РФ, заслуженный
изобретатель РФ, лауреат Государственной
премии РФ, лауреат премии Правительства РФ,
доктор технических наук, профессор

Сергей Владимирович Дворянкин

начальник департамента Государственной
корпорации «РОСТЕХ» ОАО КРЭТ,
доктор технических наук, профессор

Николай Михайлович Емелин

главный научный сотрудник
ФГБНУ «Госметодцентр»,
заслуженный деятель науки и техники РФ,
доктор технических наук, профессор

Валерий Иванович Николаев

научный референт ОАО «Концерн «Созвездие»,
лауреат Государственной премии СССР,
лауреат премии Правительства РФ,
доктор технических наук, профессор

Владимир Георгиевич Редько

заместитель руководителя
Центра оптико-нейронных технологий
НИИ системных исследований РАН,
доктор физико-математических наук

Юрий Александрович Романенко

старший научный сотрудник
филиала ВА РВСН им. Петра Великого (г. Серпухов)
заслуженный деятель науки РФ,
доктор технических наук, профессор

Александр Викторович Синьговский

старший научный сотрудник
Европейского центра ядерных исследований (CERN),
Adjunct Assistant Professor
Университета Миннесоты (США),
кандидат физико-математических наук

Анатолий Васильевич Тодосийчук

главный советник аппарата Комитета ГД ФС РФ
по образованию и науке,
почетный работник науки и техники РФ,
доктор экономических наук, профессор

Александр Павлович Царёв

заведующий кафедрой компьютерных архитектур
и телекоммуникаций Западно-поморского
технологического университета (Польша),
доктор технических наук, профессор

Игорь Анатольевич Шеремет

заместитель директора Российского фонда
фундаментальных исследований по науке,
член-корреспондент РАН,
доктор технических наук, профессор

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

УДК 539.182

ИДЕИ И МЕТОДЫ ГЕНЕРАЦИИ ЗАПУТЫВАНИЯ ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ СПИН- КУБИТОВ. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНСАМБЛЬ И МАТРИЦА ПЛОТНОСТИ

ON THE IDEAS AND METHODS OF THE SOLID SPIN-STATE QUBIT ENTANGLEMENT. STATISTICAL ENSEMBLE AND DENSITY MATRIX

Геннадий Германович Волков

*доктор физико-математических
наук, профессор*

ведущий научный сотрудник
ФГБУ Петербургский институт ядерной
физики им. Б.П. Константинова
188300, Ленинградская обл.,
г. Гатчина, Орлова роща, д. 1
Тел.: +7(813)714-60-25
E-mail: gennadii.volkov@rambler.ru

Сергей Владимирович Смуров

*почетный работник науки и техники РФ
доктор технических наук, профессор*

Первый заместитель Генерального
директора по научной работе –
главный конструктор МОУ «ИИФ»
142210, Московская обл., г. Серпухов,
Большой Ударный пер., д. 1а
Тел.: +7(4967)35-31-93
E-mail: sv@mail.ru

Александр Альбертович Масликов

*кандидат физико-математических
наук, доцент*

старший научный сотрудник
филиал «Протвино» Государственного
университета «Дубна»
Адрес: 142281, Московская обл.,
г. Протвино, Северный проезд, д. 9
Тел.: +7(4967)31-01-92
E-mail: masspref@yandex.ru

Аннотация

Рассмотрение системы, состоящей из двух и более кубитов, приводит к необходимости использования матрицы плотности для описания такой составной системы, запутывание которой является ресурсом квантовой информации, например, телепортации, квантовых вычислений, сверхплотного кодирования и многого другого. Конкретно, наши интересы будут включать два направления запутывания спин-электронных, спин-электрон-фотонных, спин-электрон-ядерных состояний в системе двух твердотельных кубитов, соответственно разделенных как (а) на малые, так и (б) на достаточно длинные расстояния. В последние несколько лет в этих направлениях уже получены первые пионерские результаты по запутыванию спин-электронных состояний двух NV-центров, в одном эксперименте, находящихся на расстоянии 25 нм при комнатной температуре (а), а в другом – удаленных один от другого на три метра в условиях низкой криогенной температуры (б). Наши интересы связаны с изучением возможностей расширения самих идей и методов этих с целью получения эффектов запутанности спиновых состояний двух и более твердотельных кубитов на удаленных расстояниях при комнатной температуре. В этой статье мы отталкиваемся от основ динамики квантового запутывания составных спин-электронных состояний в рамках возможностей аппарата матриц плотности.

Ключевые слова: составные квантовые системы, квантовая запутанность, NV-центры в алмазе, спин-электрон кубиты, матрица плотности.

Summary

Consideration of a system consisting of two or more qubits leads to the need to use a density matrix to describe such a composite system, entanglement of which is a resource of quantum information, for example, teleportation, quantum computing, superdense coding, and much more. Specifically, our interests will include two directions of entanglement of spin-electron, spin-electron-photon, spin electron-nuclear states in a system of two solid-state qubits, respectively separated both (a) into small and (b) into sufficiently long distances. In the past few years, the first pioneering results on the entanglement of the spin-electronic states of two NV-centers have already been obtained in these directions, in one experiment, located at a distance of 25 nm at room temperature (a), and in the other, three meters distant from each other under conditions of low cryogenic temperatures (b). Our interests are connected with the study of the possibilities of expanding the very ideas and methods of these with the aim of obtaining the effects of entanglement of the spin states of two or more solid qubits at remote distances at room temperature. In this paper, we start from the fundamentals of the dynamics of quantum entanglement of composite spin-electronic states within the framework of the capabilities of the density matrix apparatus.

Keywords: compound quantum systems, quantum entanglement, NV-centers in diamond, spin-electron qubits, density matrix.

Глава 1.

Введение. Квантовая физика от начала ее создания до современной квантовой информации

Чтобы прочувствовать временной прогресс в развитии необычной почти мифической идеологии квантовой физики и создаваемой на ее основе квантовой информации, надо обратиться лет на 150 и немного более назад и проследить шаги ее становления вместе с великими открытиями, совершенными в трудностях преодоления формирования такого сознания, которое смогло принять эти необычные, казалось бы, абсолютно некорректные идеи.

Квантовая физика зародилась с проблем описания явлений микромира атомов и света и прогрессировала в жарких дебатах в процессе возникновения и дальнейшего развития таких необычных, но революционных идей, как принцип суперпозиции, волновой и операторный формализм Гильбертова пространства, электромагнитная и спиновая природа материи видимой части Вселенной, принцип тождественности частиц, и, наконец, такое явление как запутывание квантовых состояний, разделившего научный мир того времени на два лагеря, Копенгагенский и его оппоненты. Поэтому будет полезно выделить три этапа.

I этап. Прогресс в систематизации Менделеевым всех атомов природы и единая теория электромагнетизма и света, сформулированная в уравнениях Максвелла, можно считать отсчетом создания новой физики, за пределами классической физики, которая взяла на себя ответственность описывать явления микромира, которые напрямую связаны с природой и динамикой Космоса.

Атом водорода и его дискретная спектроскопия Ридберга. Массивные атомы и их радиоактивность – нестабильность материи.

Волновая теория света и абсолютизм скорости света – Макейльсон, Морли плюс группа симметрий преобразования Лоренца (В. Вогт, 1887) – легли в основу той теории относительности, которая еще тогда не подозревала о существовании у элементарных базовых частиц вселенной спиновой структуры. Излучение черного тела и формулы Вина и Планка: $E = h\nu$ и использование ее в фотоэффекте Эйнштейном.

II этап. Открытие электрона и теория его взаимодействия Лоренца, эффект Зеемана, открытия Томсоном электрона и Резерфордом ядерной структуры атома, полуклассическое квантование атома Бором и Зоммерфельдом.

III этап. Создание аппарата нерелятивистской квантовой механики:

а) операторный+соотношения неопределенности+матричный=формализм Гейзенберга (квантование осциллятора)-Борн-Паули (квантование атома Водорода)-Дирак (релятивистика и анти-мир);

б) волновой Де-Бройль+Шредингер (волновые функции).

Принципы суперпозиции и измерения квантовых состояний – от волновых функций к матрицам плотности.

в) доказательство дуализма этих двух методов – корпускулярный и волновой; открытие нового квантового числа атомов электронов – спин и открытие спиновой квантовой механики. Квантовая спин-статистика-фермионы + бозоны. Квантовомеханическое доказательство систематизации Менделеевым атомов электро-

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

магнитно-видимой Вселенной – небольшой части Гипер-Вселенной! Создание квантовой физики ядра – протоны+нейтроны. Триумфальное шествие квантовой физики от нерелятивистской к релятивистской и затем к созданию квантовой теории поля, в которой волновые функции частиц будут уже операторами и появится такое необычное понятие как антикоммутируемость фермионных полей.

Главный итог квантовой теории: будут введены механизмы рождения и распадов материи. Так как наша биологическая жизнь на земле связана с низкими скоростями, $v \ll c$ (c – скорость света), то практическое внедрение квантовой физики началось с нерелятивистской квантовой механики, которая в последние десятилетия трансформировалась в практическую нанофизику, включающую в себя уникальные возможности непосредственного манипулирования квантовыми состояниями, как атомных, так и ядерных систем. И главным оружием этого манипулирования стали спины фотона, электронов, протонов, нейтронов, ядер.

Как лазерный луч меняет электронные состояния атомов? Как радиоволны, СВЧ и вообще излучение, видимое и невидимое – возбуждают ядра и атомы в ткани человека? Как ДНК переносит информацию биологических индивидуумов через тысячелетия, десятки тысячелетий? Как работает наш мозг – квантовый компьютер? Как квантовая атомно-молекулярная составляющая человека взаимодействует с другими представителями биологического микромира?

Все это некоторые примеры физических процессов, управляемых квантовой механикой, теорией, описывающей, как окружающий мир ведет себя в масштабе атомов, электронов и молекул, и составляющей основу всего нашего понимания микроскопических явлений, которые могут быть запутаны с масштабными космическими процессами, несущих как рождение, так и гибель цивилизаций. Грандиозные успехи на заре квантовой физики ознаменовались квантованием систем, состоящих из чистых состояний. Здесь имеется в виду как квантование атома водорода, так и квантование многоэлектронных атомов таблицы Менделеева. В квантовой физике можно обозначить ряд труднопреодолимых для сознания человека направлений, которые представляют наиважнейшие интересы как для дальнейших более тонких теоретических исследований динамики микромира, так и для практических целей. Одно из них связано с квантованием много-частичных систем и восходит еще к старой классической Проблеме Трех (и более) Тел. Другое направление связано с явлением за-

путанности, с которым столкнулись в квантовой физике при описании эволюции составных систем.

Квантовая запутанность между пространственно разделенными квантовыми состояниями является одним из тех интригующих явлений в микроскопической физике, практическое проникновение в которую могло бы прояснить перечисленные выше вопросы и могло бы позволить решить уникальные задачи квантовых технологий и квантовой информации [1]. Запутывание, которое в результате независимых измерений на пространственно-разделенных объектах, показывает корреляционные эффекты, которые нельзя объяснить классической физикой – это один из феноменов квантовой физики. Будучи признанным своеобразным противостоящим человеческой интуиции свойством квантовой теории, оно превратилось в уникальный ресурс для квантовой обработки информации и коммуникации. За последние несколько десятилетий был проведен ряд экспериментальных демонстраций сцепления между фотонами, атомами, ионами и твердотельными системами, такими как квантовые точки, сверхпроводящими цепями и макроскопическими алмазами. Квантовая сеть может быть построена путем использования сцепления для соединения локальных вычислительных узлов, каждая из которых содержит регистр хорошо управляемых и долгоживущих кубитов. Твердые тела являются привлекательной платформой для таких регистров, так как использование нанообработки и дизайна материалов может обеспечить хорошо контролируемые и масштабируемые квазисистемы. Потенциальное влияние квантовых сетей на науку и технику в последнее время стимулировало исследовательские усилия по созданию запутанных состояний отдаленных твердотельных кубитов. Первым кандидатом на твердотельный квантовый регистр является центр дефектов азота (NV) в алмазе. Центр NV объединяет долгоживущий электронный спин ($S=1$) с надежным оптическим интерфейсом, позволяющий измерять и контролировать на высоком уровне спиновой кубит.

Термин «квантовый контроль» охватывает разнообразное поле исследований, от контроля спиновой динамики и основанных на подходах, разработанных в контексте электронного парамагнитного резонанса – ЭПР или двойного электронного резонанса – ДЭЭР, где можно спин-электронные состояния возбуждать лазерным светом и управлять ВЧ-сигналами, ансамблей ядерного магнитного резонанса (ЯМР), где ядерные спиновые состояния уже управляются

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

радиочастотными (РЧ) импульсами. Кроме того, электронный спин NV можно использовать для доступа и манипулирования спинами путем формирования многоциклового регистра. Для использования таких регистров в квантовой сети требуется механизм для последовательного подключения удаленных NV-центров. Генерация сцепления между кубитами спиновых NV-центров в отдаленных установках достигается, объединением недавно созданных методов инициализации спина и однократного считывания с эффективным резонансным оптическим детектированием и управлением на основе обратной связи по оптическим переходам, совершая операции в одном эксперименте. Достигнутые результаты представили твердотельные кубиты как высоко обещающие кандидаты на внедрение квантовых сетей на один уровень с захваченными атомарными кубитами.

Центр NV имеет спиновые степени свободы, связанные как с связанными электронами, так и соседними ядерными спинами и, подобно атомным состояниям, эти спины могут быть решены с использованием оптических переходов. В то же время твердотельный хост обеспечивает быстрое электрическое и магнитное управление с использованием встроенной проводки и волноводов аналогично, фотонные структуры могут быть изготовлены, чтобы создать эффективный оптический интерфейс. Достигнуто множество демонстрационных демонстраций, таких как одно-, двух-кубитовые операции, высокоточное однократное считывание, одно- и двухкубитовые алгоритмы и запутанность между ядерными и электронными и ядерными кубитами спина. Именно дефектные спины в алмазе стали представлять в последнее время собой как особенно привлекательные для практики твердотельные спин-кубитовые системы.

Современные инженерные решения в запутанности квантовых состояний являются решающим шагом в квантовой технологии. Хотя запутанность среди слабо взаимодействующих систем, таких как фотоны, была продемонстрирована уже на ранних этапах квантовой оптики, детерминированная генерация запутывания в более сложных системах, такие атомы или ионы, не говоря уже о твердых телах, являются относительно недавним достижением. Обычно в твердотельных системах быстрая дефазировка прекращает любую полезную степень квантовых корреляций. Либо развязка должна использоваться для защиты квантовых состояний, либо требуется тщательная инженерия материалов для увеличения согласованности. Чаще всего, и это особенно важно для твердотельных систем, нужно прибе-

гать к низким (милли-градусным) температурам для достижения достаточно надежной и долговременной квантовой когерентности.

Спины достаточно слабо связаны с окружающей средой, чтобы обеспечить наблюдение когерентности при комнатной температуре. Кроме того, время жизни электронного спинового переплетения распространяется на миллисекунды путем переплетения переходов в ядерные спины.

В настоящее время в прямой зависимости от целей создания:

I) квантового компьютера, магнетометрии и других методов изучения процессов клетки и других микрообъектов;

II) дальней криптографической связи и телепортации.

развиваются два направления:

I) генерация запутанных квантовых ансамблей на микро расстояниях до 25-50 нм;

II) генерация запутанности нескольких квантовых центров на огромных расстояниях.

В соответствии с этими задачами были предложены различные схемы масштабирования системы запутанных спин-электронных состояний. В последнее время сделаны первые и впечатляющие успехи по этим двум направлениям:

I) запутывание между двумя одиночными спин-дефектами в алмазе при комнатной температуре [2,3];

II) геральдовое и детерминистское запутывание между твердотельными кубитами при низкой температуре, разделенное на три метра [4,5]. Безусловная квантовая телепортация между удаленными твердотельными кубитами. Квантовое переплетение между оптическим фотоном и твердотельным спин-кубитом [6]

Эксперименты отмечают важный шаг к масштабируемому квантовому устройству при комнатной температуре, который потенциально может использоваться для обработки квантовой информации. Путь к перепутыванию при комнатной температуре является следствием сильной связи между спин-магнитными дипольными моментами основных состояний соседних центров дефектов. Это взаимное дипольное взаимодействие масштабируется как расстояние d^{-3} и должно быть больше, чем взаимодействие каждого электронного спина с остаточными парамагнитными примесями или ядерными спиновыми моментами в решетке. Таким образом, типичные расстояния отсечки для сильного взаимодействия ограничены временем дефазировки электрона (миллисекунды) около 25-30 нм. Другой важной особенностью текущих экспериментов являются прогресс в запутыва-

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

нии спин-фотонных, спин-электронных, спин фотон-электрон, спин электрон-спин ядро двух-кубитных систем.

В экспериментах [4,5] было осуществлено запутывание при низкой температуре двух электронных спиновых кубитов в алмазе с пространственным разделением трех метров, для которого был использован надежный протокол, основанный на создании зацепления спин-фотонов в каждом NV-центре и в последующем совместном измерении фотонов. Обнаружение фотонов предвещало проекцию спиновых кубитов на запутанное состояние. В результате выполнения однократного считывания на кубитах в разных NV-центрах были получены нелокальные квантовые корреляции. Более того, полученная дальняя связь может быть объединена с недавно достигнутыми операциями инициализации, считывания и запутывания на локальных долгоживущих ядерных спиновых регистрах.

Глава 2.

Чистые и смешанные состояния

В классических компьютерах физические состояния, в которых они кодируют информацию, соответствуют логическим состояниям 0 или 1, соответственно, называемом «битом». Квантовый аналог «бита» – это состояние двумерной квантовой системы – кубит:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle, \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1; \quad \{\alpha, \beta\} \in S^3 \approx SU(2) \quad (1)$$

вектор в Гильбертовом пространстве $\mathcal{H} = \mathbb{C}^2$, условие нормировки приводит к редукции до $S^3 \approx SU(2)$. В качестве базиса выбираются ортонормированные состояния $\{|0\rangle, |1\rangle\}$.

Так как общую фазу можно игнорировать, чистые кубиты принадлежат двумерной сфере Блоха

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \cos\theta/2 \\ e^{i\varphi} \sin\theta/2 \end{pmatrix}, \quad \{\alpha, \beta\} \in S^2 \approx \mathbb{CP}^1 \approx SU(2)/U(1) \quad (2)$$

Состояние n -кубитов можно рассматривать как нормированный вектор в тензорном произведении $\mathcal{H}^{\otimes n}$. Следствием этого является экспоненциальный рост размерности пространства состояний кубитов – 2^n .

Общий вид многокубитного n -мерного квантового состояния – кудит – имеет следующий вид

$$|\Psi\rangle = \sum_{i_1, \dots, i_n=0,1} a_{i_1 \dots i_n} |i_1\rangle \otimes \dots \otimes |i_n\rangle \quad (3)$$

$$\equiv \sum_{i_1, \dots, i_n=0,1} a_{i_1 \dots i_n} |i_1 \dots i_n\rangle, \quad i_k = 0, 1$$

с условием нормировки

$$\sum_{i_1, \dots, i_n=0,1} |a_{i_1 \dots i_n}|^2 = 1 \quad (4)$$

Например, состояние двух A -, B -кубитной квантовой системы:

$$|\Psi\rangle = \sum_{i_A=1}^2 \sum_{j_B=1}^2 a_{ij} |i\rangle_A |j\rangle_B \quad (5)$$

Состояние будет сепарабельным или незапутанным, если оно представимо в виде прямого произведения

$$|\Psi\rangle = |\Psi\rangle_A \otimes |\Psi\rangle_B. \quad (6)$$

Все другие состояния являются запутанными. Тензорный характер многокубитной системы позволяет легко применять унитарные одно- и двух-кубитовые преобразования.

В квантовой физике можно рассматривать и более сложные многоуровневые квантовые состояния – кутриты:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle + \gamma|2\rangle, \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 = 1; \quad \{\alpha, \beta, \gamma\} \in S^5 \approx SU(3)/SU(2)$$

Аналогично случаю кубитов чистые кутриты можно рассматривать на гиперповерхности, но уже более высокой размерности [8]

$$\{\alpha, \beta, \gamma\} \in \mathbb{CP}^2 \approx SU(3)/SU(2) \times U(1) \quad (8)$$

Кроме чистых состояний, являющихся векторами в Гильбертовом пространстве состояний $\mathcal{H}^{\otimes n}$ и описываемых Шредингеровской эволюцией волновой функцией, которое имеет вид

$$i\hbar \frac{d\Psi}{dt} = H\Psi, \quad \Psi = \begin{pmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix}, \quad (9)$$

в квантовой механике рассматривают и смешанные состояния ансамблей, для описания которых вводится оператор плотности ρ . Так, если для смеси состояний $\{|\psi_i\rangle\}$ с соответствующими вероятностями p_i оператор плотности ρ можно представить в следующем виде [7]

$$\rho = \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, \quad \sum_i p_i = 1 \quad (10)$$

Тогда чистому состоянию $|\psi\rangle$ соответствует матрица-оператор плотности $\rho = |\psi\rangle \langle \psi|$ и соответствующая ему матрица будет иметь только одно ненулевое собственное значение равное единице.

В общем случае любое состояние можно описать оператором плотности ρ , действующим на композитном гильбертовом пространстве H . Так среднее значение наблюдаемой A дается выражением

$$\langle A \rangle = \text{Tr}\{\rho A\} \quad (11)$$

Глава 3.

Эволюция составных систем и запутанность в формализме матрицы плотности

Явление запутанности, с которым столкнулись в квантовой физике при квантовании со-

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

ставных систем связано с тем обстоятельством, что при описании таких систем в гильбертовом пространстве, например, являющимся тензорным произведением двух подпространств

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B \quad (12)$$

глобальное состояние $\Phi \in \mathcal{H}$ не является прямым произведением состояний $\Phi_A \in \mathcal{H}^A$ и $\Phi_B \in \mathcal{H}^B$, то есть

$$\Phi \neq \Phi_A \otimes \Phi_B. \quad (13)$$

Эволюция обеих подсистем одинаково важна, хотя они могут находиться в двух разных лабораториях, и операции, выполняемые независимо в двух лабораториях с использованием операторов вида

$$|\Phi\rangle_A \otimes |\hat{1}\rangle_B; |\hat{1}\rangle_A \otimes |\Phi\rangle_B \quad (14)$$

могут не быть состоянием произведения, возможно, из-за прошлой истории глобального состояния системы. В общем случае его можно описать оператором плотности ρ , действующим в композитном гильбертовом пространстве $\mathcal{H} \otimes \mathcal{H}^*$, состояния подсистем которой уже не являются лучами в Гильбертовом пространстве [7].

Можно было бы начать с сепарабельной системы

$$|\Psi\rangle_{AB} = |\psi\rangle_A \otimes |\psi\rangle_B,$$

которая в результате взаимодействия начала свою эволюцию и стала описываться вектором в гильбертовом композитном пространстве

$$|\Psi\rangle_{AB} (t) \in \mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B \quad (15)$$

Точнее, пусть

$$|i\rangle_A \in \mathcal{H}^A, |k\rangle_B \in \mathcal{H}^B$$

два ортонормированных базиса в своих гильбертовых пространствах и пусть $|\Psi\rangle \in \mathcal{H}$. Какое-то чистое нормированное состояние в пространстве $\mathcal{H} = \mathcal{H}^A \otimes \mathcal{H}^B$:

$$|\Psi\rangle_{AB} = \sum_{i,k} a_{ik} |i\rangle_A |k\rangle_B, \\ \langle \Psi | \Psi \rangle_{AB} = \sum_k |a_{kk}|^2 = 1. \quad (16)$$

Параллельно мы будем иллюстрировать изложение конкретными примерами

$$|\Psi\rangle_{AB} = \alpha |0\rangle_A |0\rangle_B + \beta |1\rangle_A |1\rangle_B; \\ \langle \Psi | \Psi \rangle_{AB} = |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1, \quad (17)$$

связанными при условии $|\alpha|^2 = |\beta|^2 = \frac{1}{2}$ с состояниями Белла. Принцип суперпозиции утверждает, что величина $|a_{ik}|^2$ будет давать вероятность нахождения как системы А, так и В в любой момент времени эволюции рассматриваемой двухсоставной, но уже разделенной расстоянием системы. Система в результате произошедшего

взаимодействия перестала быть сепарабельной и результаты измерения показывают, что каждая из подсистемы А и В перестают быть чистыми состояниями. Физические предсказания относительно системных наблюдаемых зависят только от частичных операторов плотности ρ_A и ρ_B , которые можно получить в результате редукции подсистем А и В [7]. Частичные операторы плотности ρ_A и ρ_B по-прежнему обладают важнейшими свойствами как эрмитова самосопряженность, положительная определенность и

$$\text{Tr } \rho_A = \text{Tr } \rho_B = 1,$$

но уже в отличие от чистого состояния

$$(\rho_{A,B})^2 \neq \rho_{A,B} \text{ и } \text{Tr}(\rho_{A,B})^2 < 1 -$$

что является отличительным признаком смешанного состояния. Среднее значение оператора наблюдаемой $(S_A \otimes \hat{I}_B)$, действующей только на одну подсистему

$$\langle S_A \rangle = \langle \Psi | (S_A \otimes \hat{I}_B) | \Psi \rangle_{AB} = \\ = \sum_{i,j,m} a_{im} a_{jm}^* \langle i | S | j \rangle_A = \text{Tr} \{ S_A \rho_A \} \quad (18)$$

$$(\rho_A)_{ij} = \sum_m a_{im} a_{jm}^* \langle i | \Psi \rangle_{AB} \langle \Psi | j \rangle_{AB} = \text{Tr}_B \{ | \Psi \rangle_{AB} \langle \Psi | \} \quad (19)$$

$$(\rho_A)_{00} = a_{00} a_{00}^* \langle 0 | \Psi \rangle_{AB} \langle \Psi | 0 \rangle_{AB} = a_{00} a_{00}^* \langle 0 | \Psi \rangle_{AB} \\ \langle 0 | \Psi \rangle_{AB} + a_{01} a_{01}^* \langle 0 | \Psi \rangle_{AB} \langle \Psi | 0 \rangle_{AB} = \\ = a_{00} a_{00}^* = |\alpha|^2 \quad (20)$$

$$(\rho_A)_{01} = a_{00} a_{10}^* \langle 0 | \Psi \rangle_{AB} \langle \Psi | 1 \rangle_{AB} + a_{01} a_{11}^* \langle 0 | \Psi \rangle_{AB} \langle \Psi | 1 \rangle_{AB} = 0 \quad (21)$$

$$(\rho_A)_{10} = a_{10} a_{00}^* \langle 1 | \Psi \rangle_{AB} \langle \Psi | 0 \rangle_{AB} + a_{11} a_{01}^* \langle 1 | \Psi \rangle_{AB} \langle \Psi | 0 \rangle_{AB} = 0 \quad (22)$$

$$(\rho_A)_{11} = a_{10} a_{10}^* \langle 1 | \Psi \rangle_{AB} \langle \Psi | 1 \rangle_{AB} + a_{11} a_{11}^* \langle 1 | \Psi \rangle_{AB} \langle \Psi | 1 \rangle_{AB} = \\ = a_{11} a_{11}^* = |\beta|^2 \quad (23)$$

Редуцированная матрица плотности принимает следующий вид

$$\rho_A = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & 0 \\ 0 & |\beta|^2 \end{pmatrix}, \text{Tr} \{ \rho_A \} = 1, \text{Tr} \{ \rho_A^2 \} < 1 \quad (24)$$

$\text{Tr} \{ \rho_A^2 \} < 1$ — это означает, что редуцированное состояние является смешанным, которое уже невозможно описать с помощью одного вектора состояний.

Аналогично, можно вычислить второе редуцированное состояние

$$(\rho_B)_{ij} = \sum_m a_{mi} a_{mj}^* \langle i | \Psi \rangle_{AB} \langle \Psi | j \rangle_{AB} = \text{Tr}_A \{ | \Psi \rangle_{AB} \langle \Psi | \} \quad (25)$$

$$\rho_B = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & 0 \\ 0 & |\beta|^2 \end{pmatrix} \quad (26)$$

которое также будет смешанным.

Случай

$$\rho_B = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (27)$$

отвечает максимально запутанным состояниям Белла.

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

Итак, мы начали с чистого состояния (запутанного), а редуцированные состояния оказались смешанными [1]. Подытоживая, можно сказать, что для описания подсистем запутанных состояний необходимо использовать не векторы состояний, а редуцированные матрицы плотности. Более того, матрица частичного следа является единственным оператором, претендующим на роль правильного описания наблюдаемых подсистемы композитной системы.

Возможны разные критерии определения запутанных двухчастичных систем, но для нас будет интересно утверждение [7], которое гласит, что любое двухчастичное состояние $|\Psi\rangle$ будет запутано при условии существования унитарных операторов U_A и U_B , таких что $U_A \otimes U_B |\Psi\rangle = |00\rangle$. Это утверждение было использовано при построении запутанных спин-триплетных электронных состояний 2-х NV-центров в алмазе [2,3].

Оператор эволюции для объединенной системы $U_{AB}(t)$ воздействует на вектор состояния объединенной системы $|\Psi(t)\rangle_{AB}$, который в произвольный момент времени может быть представлен в виде

$$|\Psi(t)\rangle_{AB} = \sum_{i,k} a_{ik} |i(t)\rangle_A |k(t)\rangle_B, \quad (28)$$

где новые ортонормированные базисные вектора

$$\begin{aligned} |i(t)\rangle_A &= U_{AB}(t) |i(0)\rangle_A, \\ |k(t)\rangle_B &= U_{AB}(t) |k(0)\rangle_B \end{aligned} \quad (29)$$

позволяют определить временную эволюцию матрицу плотности в следующем виде [7]

$$\rho(t) = U_{AB}(t) \rho(0) U_{AB}^\dagger = \exp\left\{-\frac{i}{\hbar} H t\right\} \rho(0) \exp\left\{\frac{i}{\hbar} H t\right\}, \quad (30)$$

где был введен гамильтониан взаимодействия (эволюции)

$$U_{AB}(t) = \exp\left\{-\frac{i}{\hbar} H t\right\} \quad (31)$$

Используя кратко изложенный формализм матрицы плотности, в следующей статье будут рассмотрены методики для двух конкретных случаев запутанности, осуществленных в экспериментах при комнатной и при низкой температурах [2, 3, 4, 5].

Литература

1. Nielsen M.A., Chuang I.L. Quantum Computation and Quantum Information (Cambridge Univ. Press, 2000).
2. Dolde F., Jakobi I., Naydenov B., Zhao N., Pezzagna S., Trautmann C., Meijer J., Neumann P., Jelezko F., Wrachtrup J. Room-temperature entanglement between single defect spins in diamond. *Nature Phys.* 9, 139–143 (2013).
3. Dolde F., Jakobi I., Naydenov B., Zhao N., Pezzagna S., Trautmann C., Meijer J., Neumann P., Jelezko F., Wrachtrup J. Room-temperature entanglement between single defect spins in diamond. Supplementary information DOI: 10.1038/NPHYS2545 *Nature Physics*.
4. Bernien H., Hensen B., Pfaff W., Koolstra G., Blok M.S., Robledo L., Tamainiau T.H., Markham M., Twitchen D.J., Childress L., Hanson R. Heralded entanglement between solid-state qubits separated by three metres/ 86 | *Nature* | Vol. 497 | 2 MAY 2014
5. Pfaff W., Hensen B., Bernien H., van Dam S.B., Blok M.S., Tamainiau T.H., Tiggelman M.J., Schouten R.N., Markham M., Twitchen D.J., Hanson R. Supplementary Materials for Unconditional quantum teleportation between distant solid-state quantum bits./ 29 May 2014 on Science Express DOI: 10.1126/science.1253512.
6. Togan E. et al. Quantum Entanglement Between an Optical Photon and a Solid-State Spin Qubit, *Nature* 466(7307):730-4 August 2010.
7. Weng Cho Chew Quantum Mechanics Made Simple: Lecture Notes September 23, 2013
8. Белокуров В.В., Тимофеевская О.Д., Хрусталев О.А. Квантовая телепортация – обыкновенное чудо. Ижевск: Научно-издательский центр Регулярная и хаотическая динамика, 2000. 255 с.

