

Государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования Московской области  
«Университет «Дубна»  
(государственный университет «Дубна»)

Филиал «Протвино»  
Кафедра «Техническая Физика»



УТВЕРЖДАЮ

Директор

*А.А. Евсиков* /Евсиков А.А./

подпись

Фамилия И.О.

« 30 » 06 2022 г.

## Рабочая программа дисциплины

### Уравнения математической физики

*наименование дисциплины (модуля)*

Направление подготовки

03.03.02 Физика

*код, наименование*

Уровень высшего образования

бакалавриат

*бакалавриат, магистратура, специалитет*

Направленность (профиль) образовательной программы

«Медицинская физика»

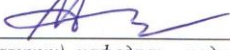
Форма обучения

очная

*очная, очно-заочная, заочная*

Протвино, 2022

Автор(ы) программы:

Масликов А.А., к.ф.-м.н., доцент, кафедра «Техническая Физика»   
*Фамилия И.О., должность, ученая степень (при наличии), ученое звание (при наличии), кафедра; подпись*

Рабочая программа разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению  
подготовки высшего образования

03.03.02 «Физика»


*(код и наименование направления подготовки (специальности))*

Программа рассмотрена на заседании кафедры

«Техническая Физика»

*(название кафедры)*

Протокол заседания № 5 от «27» июня 2022 г.

И.о. заведующего кафедрой профессор Соколов А.А.   
*(Фамилия И.О., подпись)*

Эксперт (рецензент):

*(Ф.И.О., ученая степень, ученое звание, место работы, должность; если текст рецензии не прикладывается –  
подпись эксперта (рецензента), заверенная по месту работы)*

## Оглавление

1 Цели и задачи освоения дисциплины.....	4
2 Место дисциплины в структуре ОПОП .....	4
3 Планируемые результаты обучения по дисциплине .....	5
4 Объем дисциплины .....	5
5. Содержание дисциплины.....	6
6 Перечень учебно-методического обеспечения по дисциплине .....	9
7 Фонды оценочных средств по дисциплине .....	9
8 Ресурсное обеспечение .....	10
Приложение к рабочей программе дисциплины .....	14

## 1 Цели и задачи освоения дисциплины

Дисциплина «Уравнения математической физики» (УМФ) имеет целью сформировать у обучающихся профессиональную ОПК-2 компетенцию в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки бакалавров 03.03.02 «Физика» с учетом направленности бакалаврской программы – «Медицинская физика».

Целью дисциплины является усвоить теоретические основы методов решения уравнений математической физики. В ходе изучения предмета выводятся типичные уравнения математической физики и демонстрируются методы их решения. Число самих уравнений ограничено, но каждое из них описывает широкий круг явлений природы, некоторые из которых далее изучаются в курсах «Атомная физика», «Механика сплошных сред», «Физика атомного ядра и элементарных частиц», «Электродинамика», «Квантовая теория», «Термодинамика и статистическая физика», «Физика конденсированного состояния».

При реализации цели предусматривается решение следующих задач:

Изучить:

- основные понятия, определения и постановки задач уравнений математической физики;
- постановки и физический смысл краевых задач трёх основных типов для дивергентного уравнения эллиптического типа, задачи Коши, смешанно-краевых задач основных типов для уравнений гиперболического и параболического типов;
- основные методы решения задач уравнений математической физики и интерпретации полученных результатов.

Овладеть:

- техникой построения математических моделей физических процессов, постановки задач и выбора адекватных методов их решения;
- способностью применять модели и методы, изучаемые в курсе, к решению практических задач.

Областями профессиональной деятельности в рамках изучаемой дисциплины (модуля) являются:

- атомная промышленность (в сфере обеспечения жизненного цикла (исследование, проектирование и разработка современного уникального оборудования, производство, наладка, эксплуатация) оборудования ускорительных комплексов как медицинского назначения, так и используемых для проведения исследований в области физики высоких энергий, физических установок, в том числе, медицинского назначения для обеспечения эффективного и безопасного развития атомной отрасли);
- сквозные виды профессиональной деятельности в промышленности (в сферах проведения научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ по тематике организации, управления результатами научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ с целью производства современного оборудования, обеспечивающего совершенствование ядерно-энергетических технологий).

## 2 Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Уравнения математической физики» относится к основной части блока дисциплин, модуля «Теоретическая физика» Б1.О.13

Дисциплина преподается в V семестре III курса.

Приступая к изучению дисциплины «Уравнения математической физики», студент имеет знания и навыки по дисциплинам: «Математический анализ», «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Дифференциальные уравнения», «Интегральные уравнения и вариационное исчисление», «Теория функций комплексного переменного».

### 3 Планируемые результаты обучения по дисциплине

Формируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенций (код и формулировка)	Планируемые результаты обучения по дисциплине
<p><i>ОПК-2. Способен проводить научные исследования физических объектов, систем и процессов, обрабатывать и представлять экспериментальные данные.</i></p>	<p>ОПК-2.1. Проводит исследования, организует самостоятельную и коллективную научно-исследовательскую работу для поиска и выработки новых решений в области физики</p>	<p>Знать основные принципы и основные этапы формирования и становления перспективной научной задачи, уметь грамотно разбить задачу на подзадачи и распределить их среди членов коллектива.</p> <p>Владеть методиками формулирования конкретных задач сводящихся к уравнениям математической физики, методами определения параметров научной новизны, значимости и эвристичности.</p>
	<p>ОПК-2.2. Выявляет перспективные проблемы и формулирует принципы решения актуальных научно-исследовательских задач в области медицинской физики</p>	<p>Уметь использовать знания современных проблем и новейших достижений в области аналитического и численного решения уравнений математической физики для решения актуальных научно-исследовательских задач.</p>
	<p>ОПК-2.3. Разрабатывает методики решения и координирует выполнение отдельных заданий при руководстве группой исследователей</p>	<p>Владеть теоретическими знаниями об организационно-управленческой работе в коллективе и определять порядок выполнения работ. Уметь принимать сложные решения на основе групповых интересов, выбирает оптимальные формы организации эксперимента.</p>

### 4 Объем дисциплины

Объем дисциплины составляет 3 зачетные единицы, всего 108 академических часов.

**5. Содержание дисциплины**  
очная форма обучения

Наименование разделов и тем дисциплины	Всего (академ. часы)	в том числе:						Самостоятельная работа обучающегося	
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) <sup>1</sup>							
		Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные занятия	КРП*	...	Всего		
<b>V семестр</b>									
1. Эволюционные уравнения с 2-мя переменными, их классификация.	4	2	2				5	1	
2. Краевые задачи на собственные значения.	4	2	2				5	1	
3. Уравнения колебаний и теплопроводности.	6	3	3				7	1	
4. Уравнение Лапласа в двух измерениях.	6	3	3				7	1	
5. Цилиндрические специальные функции.	8	4	4				9	1	
6. Уравнение Гельмгольца в круге.	8	4	4				10	2	
7. Собственные значения оператора Лапласа.	8	4	4				9	1	
8. Функции Лежандра.	4	2	2				5	1	
9. Уравнение Лапласа в трех измерениях.	4	2	2				5	1	
10. Задача Дирихле для уравнения Лапласа в трех измерениях.	8	4	4				10	1	
11. Волновое уравнение в пространстве.	4	2	2				5	1	
12. Функция Грина краевой задачи.	4	2	2				5	1	
Промежуточная аттестация: - экзамен	27 <sup>2</sup>	X							
<b>Итого по дисциплине</b>	<b>95</b>	34	34				<b>108</b>	<b>13</b>	

\*КРП - часы контактной работы на курсовую работу (проект) по дисциплине. Часы относятся к внеаудиторной контактной работе, выполняются вне расписания учебных занятий по дисциплине. Указываются, если предусмотрены учебным планом.

<sup>1</sup> Перечень видов учебных занятий уточняется в соответствии с учебным планом.

<sup>2</sup> Часы на промежуточную аттестацию (зачет, дифференцированный зачет, экзамен и др.) указываются в случае выделения их в учебном плане.

## Содержание дисциплины

### **Тема 1. Эволюционные уравнения с 2-мя переменными, их классификация.**

Приведение уравнений 2-го порядка с 2-мя переменными к каноническому виду. Метод бегущих волн для струны.

### **Тема 2. Краевые задачи на собственные значения.**

Задача Штурма-Лиувилля. Колебания ограниченной струны.

### **Тема 3. Уравнения колебаний и теплопроводности.**

Уравнение теплопроводности для бесконечного стержня. Интеграл Пуассона. Распространение тепла в конечном стержне. Схема поиска решения методом Фурье.

### **Тема 4. Уравнение Лапласа в двух измерениях.**

Общее решение уравнения Лапласа в полярных координатах. Задача Дирихле для уравнения Лапласа в кольце. Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круге. Внешняя задача Дирихле для уравнения Лапласа в круге.

### **Тема 5. Цилиндрические специальные функции.**

Уравнение Бесселя. Цилиндрические функции Бесселя 1-го и 2-го рода целого порядка. Асимптотика и рекуррентные соотношения для функций Бесселя.

### **Тема 6. Уравнение Гельмгольца в круге.**

Метод разделения переменных Фурье. Метод разложения по собственным функциям. Некоторые физические приложения.

### **Тема 7. Собственные значения оператора Лапласа.**

Нахождение собственных значений и собственных функций оператора Лапласа в круге путем сведения к задаче Гельмгольца. Некоторые физические приложения.

### **Тема 8. Функции Лежандра.**

Дифференциальное уравнение Лежандра как задача на собственные значения. Многочлены Лежандра, присоединенные функции Лежандра, их свойства.

### **Тема 9. Уравнение Лапласа в трех измерениях.**

Оператор Лапласа в сферических координатах. Уравнение Лапласа в шаровом слое при радиальной симметрии. Общий случай уравнения Лапласа в шаровом слое. Схема поиска решения. Оператор Бельтрами-Лапласа, его собственные функции, шаровые функции.

**Тема 10. Задача Дирихле для уравнения Лапласа в трех измерениях.**

Задача Дирихле для уравнения Лапласа в шаровом слое. Схема поиска решения.

**Тема 11. Волновое уравнение в пространстве.**

Классическое решение. Задача Коши. Формула Кирхгофа. Метод спуска Адамара.

**Тема 12. Функция Грина краевой задачи.**

Формулы Грина для оператора Лапласа. Интегральное представление дифференцируемых функций. Гармонические функции и их свойства. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Пуассона.



## **6 Перечень учебно-методического обеспечения по дисциплине**

Методические материалы по дисциплине (модулю) и образовательной программе в целом представлены на официальном сайте образовательной организации (раздел «Сведения об образовательной организации» – Образование – Образовательные программы).

## **7 Фонды оценочных средств по дисциплине**

Для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений поэтапным требованиям образовательной программы по дисциплине разработаны фонды оценочных средств, позволяющие оценить результаты обучения (знания, умения, навыки) и сформированные (формируемые) компетенции.

Эти фонды включают теоретические вопросы, типовые практические задания, контрольные работы, домашние работы, тесты, примерные темы курсовых работ (проектов) и критерии их оценивания и иные оценочные материалы, используемые при проведении процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Фонды оценочных средств представлены в приложении к рабочей программе.

При необходимости, обучающиеся с ограниченными возможностями здоровья и инвалиды обеспечиваются оценочными материалами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

*Для лиц с нарушениями зрения:*

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

*Для лиц с нарушениями слуха:*

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

*Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:*

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

## 8 Ресурсное обеспечение

### 8.1. Перечень литературы

#### *Основная учебная литература*

1. Сабитов К.Б. Уравнения математической физики : учебник / К.Б. Сабитов. - М. : Физматлит, 2013. - 352 с. : ил. - (Математика. Прикладная математика). - ISBN 978-5-9221-1483-7
2. Владимиров, В. С. Уравнения математической физики : учебник для вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. - 2-е изд., стер. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 400 с. - ISBN 978-5-9221-0310-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/169279> (дата обращения: 15.04.2022). – Режим доступа: по подписке.
3. Барашков, В. А. Методы математической физики : учеб. пособие / В. А. Барашков. - Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2012. - 152 с. - ISBN 978-5-7638-2497-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/492290> (дата обращения: 15.04.2022). – Режим доступа: по подписке.

#### *Дополнительная учебная литература*

1. Сухинов, А. И. Курс лекций по уравнениям математической физики с примерами и задачами: учебное пособие / А.И. Сухинов, В.Н. Зуев, В.В. Семенистый. - Ростов н/Д: Издательство ЮФУ, 2009. - 307 с. ISBN 978-5-9275-0669-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/549839> (дата обращения: 15.04.2022). – Режим доступа: по подписке.
2. Соболева, Е. С. Задачи и упражнения по уравнениям математической физики / Е.С. Соболева, Г.М. Фатеева. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 96 с. ISBN 978-5-9221-1053-2, 300 экз. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/392891> (дата обращения: 15.04.2022). – Режим доступа: по подписке.
3. Ильин, А. М. Уравнения математической физики : учеб. пособие / А. М. Ильин. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 192 с. - ISBN 978-5-9221-1036-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/544745> (дата обращения: 15.04.2022). – Режим доступа: по подписке.

#### • Периодические издания

1. Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика: научный журнал / Учредитель: МГУ им. М.В. Ломоносова; гл. ред. академик РАН Моисеев Е.И. – М.: ФГБОУ ВО МГУ им. М.В. Ломоносова – Журнал выходит 2 раза в полуг. - Основан в 1977 году. – ISSN 0137-0782. – Текст : электронный. – Полные электронные версии статей журнала доступны по подписке на сайте научной электронной библиотеки «eLIBRARY.RU»: [https://www.elibrary.ru/title\\_about.asp?id=8373](https://www.elibrary.ru/title_about.asp?id=8373)
2. Журнал экспериментальной и теоретической физики: / Учредитель: РАН, Институт физических проблем им. П.Л. Капицы РАН; гл. ред. акад. Андреев А.Ф. - М.: ФГБУ «Российская академия наук». – Журнал выходит 1 раз в мес. - Основан в 1931 году. - ISSN 0044-4510. – Текст : электронный. Полные тексты статей журнала доступны по подписке на сайте научной электронной библиотеки «eLIBRARY.RU»: [https://www.elibrary.ru/title\\_about.asp?id=8682](https://www.elibrary.ru/title_about.asp?id=8682)
3. Вестник Московского государственного областного университета. Серия: физика-математика: научный журнал / Учредитель: Московский государственный областной университет; гл. ред. Бугаев А.С. – М.:МГОУ. – Журнал выходит 6 раз в год. - Основан в 1998 году - ISSN 2310-7251. – Текст : электронный. – Полные электронные версии статей

журнала доступны на сайте научной электронной библиотеки «eLIBRARY.RU»:  
[https://elibrary.ru/title\\_about.asp?id=25657](https://elibrary.ru/title_about.asp?id=25657)

4. Вестник Московского университета. Серия 1. Математика. Механика: научный журнал / Учредитель: МГУ им. М.В. Ломоносова; гл. ред. Чубариков В.Н. – М.: ФГБОУ ВО МГУ им. М.В. Ломоносова – Журнал выходит 6 раз в год. - Основан в 1946 году. - ISSN 0579-9368. – Текст : электронный. Полные электронные версии статей журнала доступны по подписке в БД периодических изданий «East View»: <https://dlib.eastview.com/browse/publication/9045/udb/890>

- **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**  
*Электронно-библиотечные системы и базы данных*

1. ЭБС «Znaniium.com»: <http://znaniium.com/>
2. ЭБС «Лань»: <https://e.lanbook.com/>
3. ЭБС «Юрайт»: <https://biblio-online.ru/>
4. ЭБС «Университетская библиотека онлайн»: <http://biblioclub.ru/>
5. Научная электронная библиотека (РУНЭБ) «eLIBRARY.RU»: <http://elibrary.ru>
6. Национальная электронная библиотека (НЭБ): <http://нэб.пф/>
7. Базы данных российских журналов компании «East View»: <https://dlib.eastview.com/>

*Научные поисковые системы*

1. Math-Net.Ru - современная информационная система, предоставляющая российским и зарубежным математикам различные возможности поиска информации о математической жизни в России – <http://www.mathnet.ru/>
2. Google Scholar - поисковая система по научной литературе. Включает статьи крупных научных издательств, архивы препринтов, публикации на сайтах университетов, научных обществ и других научных организаций <https://scholar.google.ru/>
3. SciGuide - навигатор по зарубежным научным электронным ресурсам открытого доступа. <http://www.prometeus.nsc.ru/sciguide/page0601.ssi>
4. ArXiv.org - научно-поисковая система, специализируется в областях: компьютерных наук, астрофизики, физики, математики, квантовой биологии. <http://arxiv.org/>
5. WorldWideScience.org - глобальная научная поисковая система, которая осуществляет поиск информации по национальным и международным научным базам данных и порталам. <http://worldwidescience.org/>

*Профессиональные ресурсы сети «Интернет»*

1. Федеральная информационная система «Единое окно доступа к информационным ресурсам»: <http://window.edu.ru/>
2. Образовательный математический сайт EXponenta.ru: <http://exponenta.ru/default.asp>
3. Математический сайт Math.ru: <http://math.ru/lib/>
4. Сайт РАН Институт Вычислительной математики: <http://www.inm.ras.ru/>

- **Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса, включая программное обеспечение, информационные справочные системы (при необходимости)**

Для проведения практических занятий могут использоваться мультимедиа-материалы (презентации, слайды, учебные видеофильмы и т.д.), в связи, с чем требуется оборудование зала видеопроектором, компьютером или ноутбуком, а также аудиоаппаратурой. Для выполнения заданий самостоятельной подготовки обучающиеся обеспечиваются литературой, а также в определённом порядке могут получать доступ к информационным ресурсам Интернета.

Дисциплина обеспечена необходимым программным обеспечением, которое находится в свободном доступе (программы OpenOffice и МАХІМА, свободная лицензия, код доступа не требуется).

- **Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса, включая программное обеспечение, информационные справочные системы**

Проведение практических занятий по дисциплине предполагается использование специализированных аудиторий, оснащенных персональными компьютерами, объединенными в локальную сеть и имеющих доступ к ресурсам глобальной сети Интернет.

Для выполнения заданий самостоятельной подготовки обучающиеся обеспечиваются литературой, а также в определенном порядке могут получать доступ к информационным ресурсам Интернета.

Дисциплина обеспечена необходимым программным обеспечением, которое находится в свободном доступе (программы OpenOffice, МАХІМА свободная лицензия, код доступа не требуется).

В филиале «Протвино» государственного университета «Дубна» созданы условия для обучения людей с ограниченными возможностями: использование специальных образовательных программ и методов обучения, специальных учебников, учебных пособий и дидактических материалов, специальных технических средств обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающим обучающимся необходимую техническую помощь, обеспечение доступа в здания организации.

Имеется универсальное средство для подъема и перемещения инвалидных колясок – пандус-платформа складной.

Компьютерные классы оборудованы столами для инвалидов с ДЦП, также здесь оборудованы рабочие места для лиц с ОВЗ: установлены специальный программно-технологический комплекс позволяющий работать на них студентам с нарушением опорно-двигательного аппарата, слабовидящим и слабослышащим. Имеются гарнитуры компактные, беспроводная клавиатура с большими кнопками, беспроводной компьютерный джостик с двумя выносными кнопками, беспроводной ресивер, беспроводная выносная большая кнопка, портативное устройство для чтения печатных материалов.

Специальные учебники, учебные пособия и дидактические материалы, в том числе в формате печатных материалов (крупный шрифт или аудиофайлы) имеются в ЭБС, на которые подписан филиал.

На сайте имеется справочная информация о расписании учебных занятий в адаптированной форме доступная для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья, являющихся слепыми или слабовидящими.

- **Описание материально-технической базы**

Компьютерный класс (15 ПК) (оборудование в собственности).

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья могут использовать специализированное программное и материально-техническое обеспечение:

- обучающиеся с нарушениями опорно-двигательного аппарата при необходимости могут использовать адаптивные технические средства: специально оборудованные джойстики, увеличенные выносные кнопки, клавиатуры с большими клавишами.
- обучающиеся с ограничениями по зрению могут прослушать доступный аудиоматериал или прочитать тексты, увеличив шрифт на экране монитора компьютера. Рекомендуется использовать экранную лупу и другие визуальные вспомогательные средства, чтобы изменить шрифт текста, межстрочный интервал, синхронизацию с речью и т.д., программы экранного доступа (скринридеры для прочтения текстовой инфор-

мации через синтезированную речь) и/или включить функцию «экранный диктор» на персональном компьютере с операционной системой Windows 7, 8, 10.

- обучающиеся с ограничениями по слуху могут воспользоваться компьютерной аудиогарнитурой при прослушивании необходимой информации и портативной индукционной системой серии «ИСТОК».

При необходимости обучающиеся с ограниченными возможностями здоровья и инвалиды обеспечиваются печатными и (или) электронными образовательными ресурсами (образовательная программа, учебные пособия и др.) в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

## Фонды оценочных средств

В результате освоения дисциплины «Уравнения математической физики» программы бакалавров по направлению подготовки 03.03.02 «Физика» с учетом направленности бакалаврской программы – «Медицинская физика» выпускник должен обладать следующими компетенциями:

Компетенция **ОПК-2** - Способен проводить научные исследования физических объектов, систем и процессов, обрабатывать и представлять экспериментальные данные.

*код и формулировка компетенции*

### Описание показателей и критериев оценивания компетенций, а также шкал оценивания

**Компетенция ОПК-2 - Способен проводить научные исследования физических объектов, систем и процессов, обрабатывать и представлять экспериментальные данные.**

ИНДИКАТОР ДОСТИЖЕНИЯ КОМПЕТЕНЦИИ (код и наименование)	КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по практике ШКАЛА оценивания				
	1	2	3	4	5
ОПК-2.1. Проводит исследования, организует самостоятельную и коллективную научно-исследовательскую работу для поиска и выработки новых решений в области физики.	Отсутствие знания	Не знает или знает слабо теоретические и методологические основы базовых и некоторых специальных разделов Уравнений математической физики.  Допускает множественные грубые ошибки.	Удовлетворительно знает теоретические и методологические основы базовых и некоторых специальных разделов Уравнений математической физики, может предложить отдельные примеры их использования при решении задач профессиональной деятельности. Допускает достаточно серьезные ошибки.	Хорошо знает взаимосвязи теоретических и методологических основ Уравнений математической физики, может предложить примеры их использования в разных областях физики. Допускает отдельные негрубые ошибки.	Демонстрирует свободное и уверенное знание о взаимосвязи теоретических и методологических основ Уравнений математической физики, может предложить способ их использования при решении конкретной физической задачи.  Не допускает ошибок.
	Отсутствие владения	Демонстрирует удовлетворительный уровень владения навыками работы с методами теории Уравнений математической физики	Демонстрирует хороший уровень владения навыками работы с методами теории Уравнений математической физики	Демонстрирует высокий уровень владения навыками работы с методами теории Уравнений математической физики	Демонстрирует свободное и уверенное владение работы с методами теории Уравнений математической физики для решения

		ческой физики для решения задач профессиональной деятельности. Допускает достаточно серьезные ошибки.	для решения задач профессиональной деятельности. Допускает отдельные негрубые ошибки.	для решения задач профессиональной деятельности. Не допускает ошибок.	задач профессиональной деятельности. Не допускает ошибок.
ОПК-2.2. Выявляет перспективные проблемы и формулирует принципы решения актуальных научно-исследовательских задач в области медицинской физики	Отсутствие умения	Демонстрирует частичное умение применять методы Уравнений математической физики для формулировки принципов решения актуальных научно-исследовательских задач в области медицинской физики. Допускает множественные грубые ошибки.	Демонстрирует достаточно устойчивое умение применять методы Уравнений математической физики для формулировки принципов решения актуальных научно-исследовательских задач в области медицинской физики. Допускает отдельные негрубые ошибки.	Демонстрирует устойчивое умение применять методы Уравнений математической физики для формулировки принципов решения актуальных научно-исследовательских задач в области медицинской физики. Не допускает ошибок.	Демонстрирует свободное и уверенное умение применять методы Уравнений математической физики для формулировки принципов решения актуальных научно-исследовательских задач в области медицинской физики. Не допускает ошибок.
ОПК-2.3. Разрабатывает методики решения и координирует выполнение отдельных заданий при руководстве группой исследователей.	Отсутствие владения	Демонстрирует удовлетворительный уровень владения навыками работы с группой исследователей и разработки методики решения задач профессиональной деятельности включающих Уравнения математической физики. Допускает достаточно серьезные ошибки.	Демонстрирует хороший уровень владения навыками работы с группой исследователей и разработки методики решения задач профессиональной деятельности включающих Уравнения математической физики. Допускает отдельные негрубые ошибки.	Демонстрирует высокий уровень владения навыками работы с группой исследователей и разработки методики решения задач профессиональной деятельности включающих Уравнения математической физики. Не допускает ошибок.	Демонстрирует свободное и уверенное владение навыками работы с группой исследователей и разработки методики решения задач профессиональной деятельности включающих Уравнения математической физики. Не допускает ошибок.

При балльно-рейтинговой системе все знания, умения и навыки, приобретаемые студентами в результате изучения дисциплины, оцениваются в баллах.

Оценка качества работы в рейтинговой системе является накопительной и используется для оценивания системной работы студентов в течение всего периода обучения.

По итогам работы в семестре студент может получить максимально **70** баллов. Итоговой формой контроля в V семестре является экзамен. На экзамене студент может набрать максимально **30** баллов.

В течение V семестра студент может заработать баллы за следующие виды работ:

№	Вид работы	Сумма баллов
1	Аудиторные занятия (посещение)	17
2	Работа на практических занятиях	33
3	Сдача домашней контрольной работы (ПР-2.1)	10
4	Сдача домашней контрольной работы (ПР-2.2)	10
	Итого:	70

Если к моменту окончания семестра студент набирает от **51** до **70** баллов, то он получает допуск к экзамену.

Если студент к моменту окончания семестра набирает от **61** до **70** баллов, то он может получить автоматическую оценку «удовлетворительно». При желании повысить свою оценку, студент имеет право отказаться от автоматической оценки и сдать экзамен.

Если студент не набрал минимального числа баллов (**51** балл), то он не получает допуск к экзамену.



**Соответствие рейтинговых баллов и академических оценок экзамена**

Общая сумма баллов за семестр	Итоговая оценка
86-100	Отлично
71-85	Хорошо
51-70	Допуск к экзамену
в том числе: 61-70	Возможность получения автоматической оценки «удовлетворительно»
51-60	Только допуск к экзамену
0-50 *	Неудовлетворительно (студент не допущен к экзамену)

Текущий контроль успеваемости осуществляется в процессе выполнения практических и самостоятельных работ в соответствии с ниже приведенным графиком.

<i>№ п/п</i>	<i>№ раздела дисциплины</i>	<i>Содержание самостоятельной работы</i>	<i>Трудоемкость</i>
1 (ПР-2.1)	1-7	Домашняя контрольная работа «Уравнения математической физики в 1 и 2-х измерениях. Функции Бесселя.» (индивидуальное задание для каждого студента)	6
2 (ПР-2.2)	8-12	Домашняя контрольная работа «Уравнения математической физики в 3-х измерениях. Функции Лежандра, шаровые функции.» (индивидуальное задание для каждого студента)	7

График выполнения самостоятельных работ студентами в V семестре

Виды работ	Недели учебного процесса																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
ПР-2.1		ВЗ												33			
ПР-2.2									ВЗ							33	

ВЗ – выдача задания

33 – защита задания

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- в печатной форме,
- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

При необходимости обучающемуся инвалиду и лицу с ОВЗ предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете или экзамене. У обучающегося инвалида и лица с ОВЗ имеется возможность выбора формы контроля на практических занятиях, зачетах, экзаменах, подходящая конкретно для него.

*Перечень обязательных видов учебной работы студента:*

- посещение лекционных занятий;
- ответы на теоретические вопросы на практических занятиях;
- решение практических задач и заданий на практических занятиях;
- выполнение устных сообщений

### Инновационные формы проведения учебных занятий

Семестр	Вид учебных занятий	Используемые инновационные формы проведения учебных занятий	Количество академ. часов
V	Практические занятия	Обсуждение и разбор конкретных задач повышенной сложности.	4
Всего:			4

Процедура промежуточной аттестации проходит в соответствии с «Положением о балльно-рейтинговой системе оценки и текущем контроле успеваемости студентов», а также «Положением о промежуточной аттестации» университета «Дубна».

Адаптированная рабочая программа учебной дисциплины (модуля) разработана в отношении разнонозологической учебной группы обучающихся, имеющих документально подтвержденные нарушения слуха, зрения, опорно-двигательного аппарата, соматические заболевания и поддающиеся коррекции нервно-психические нарушения или сочетанные нарушения.

#### Список вопросов к экзамену

1. Приведение уравнений 2-го порядка с 2-мя переменными к каноническому виду.
2. Вывод уравнения поперечных колебаний струны. Задача Коши для струны.
3. Метод бегущих волн для струны.
4. Краевые задачи на собственные значения. Задача Штурма-Лиувилля.
5. Колебания ограниченной струны.
6. Уравнение теплопроводности для бесконечного стержня. Интеграл Пуассона.
7. Распространение тепла в конечном стержне.
8. Колебания прямоугольной мембраны. Схема поиска решения методом Фурье.
9. Общее решение уравнения Лапласа в полярных координатах.
10. Задача Дирихле для уравнения Лапласа в кольце.
11. Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круге.
12. Внешняя задача Дирихле для уравнения Лапласа в круге.
13. Уравнение Пуассона в кольце. Схема поиска решения методом Фурье.
14. Цилиндрические функции Бесселя 1-го и 2-го рода целого порядка.
15. Асимптотика и рекуррентные соотношения для функций Бесселя.
16. Уравнение Гельмгольца в круге.
17. Собственные значения оператора Лапласа в круге.
18. Уравнение теплопроводности в круге при радиальной симметрии.
19. Колебания круглой мембраны при радиальной симметрии.
20. Уравнение теплопроводности в цилиндре при радиальной симметрии.
21. Многочлены Лежандра.
22. Присоединенные функции Лежандра.
23. Уравнение Лапласа в шаровом слое при радиальной симметрии.
24. Общий случай уравнения Лапласа в шаровом слое. Схема поиска решения.
25. Задача Дирихле для уравнения Лапласа в шаровом слое. Схема поиска решения.
26. Уравнение Пуассона в шаровом слое. Схема поиска решения.
27. Решение задачи Коши для волнового уравнения в пространстве и на плоскости.
28. Волновое уравнение в пространстве. Классическое решение. Формула Кирхгофа.
29. Формулы Грина для оператора Лапласа.
30. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Пуассона.

#### Содержание экзаменационного билета

1 вопрос – фундаментальная теория (знать + уметь)

2 вопрос – прикладная теория (уметь + владеть)

Практическая задача

**Примеры заданий домашней контрольной работы (ПР-2.1)**

**1** Найти в указанной области отличные от тождественного нуля решения  $y = y(x)$  дифференциального уравнения, удовлетворяющие заданным краевым условиям (задача Штурма-Лиувилля)

$$\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 3/4 \leq x \leq 1, \\ y(3/4) = y'(1) = 0 \end{cases}$$

**2** Найти общее решение уравнения, приведя его к каноническому виду

$$3u_{xx} + 16u_{xy} + 16u_{yy} = 0$$

**3** Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, & 0 \leq r < 1, \\ u|_{r=1} &= 4 \sin^3 \varphi. \end{aligned}$$

**4** Решить краевую задачу для уравнения Пуассона в кольце

$$\begin{aligned} u_{xx} + u_{yy} &= \frac{x^2 - y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & 1/2 < r < 1, \\ u|_{r=1/2} &= 2, & \frac{\partial u}{\partial r}|_{r=1} = 0. \end{aligned}$$

**5** Найти функцию, удовлетворяющую внутри круга уравнению Гельмгольца и принимающую на границе круга заданные значения

$$\Delta U + k^2 U = 0, \quad 0 \leq r < 3,$$

$$U|_{r=3} = 20 \sin^3 \varphi.$$

**6** Решить первую смешанную задачу для волнового уравнения на отрезке.

$$\begin{aligned} u_{tt} &= 4u_{xx}, & 0 < x < 1, & 0 < t < \infty, \\ u(x, 0) &= x(x - 1), & u_t(x, 0) &= 0, \\ u(0, t) &= 0, & u(1, t) &= 0. \end{aligned}$$

**7** Решить первую смешанную задачу для волнового уравнения в прямоугольнике

$$\begin{aligned} U_{tt} &= 4\Delta U, & 0 < x < 2, & 0 < y < 4; \\ U|_{t=0} &= xy(2 - x)(4 - y); & U_t|_{t=0} &= 0; \\ U|_{x=0} &= U|_{y=0} = U|_{x=2} = U|_{y=4} = 0; \end{aligned}$$

**8** Найти решение первой смешанной задачи для уравнения теплопроводности на отрезке

$$u_t = u_{xx}; \quad 0 < x < 3; \quad t > 0,$$

$$u(x, 0) = \varphi(x) = \begin{cases} \frac{2x^2}{3}, & 0 \leq x \leq \frac{3}{2}, \\ 3 - x, & \frac{3}{2} < x \leq 3 \end{cases}, \quad (2)$$

$$u(0, t) = u(3, t) = 0, \quad (3)$$

**Примеры заданий домашней контрольной работы (ПР-2.2)**

**9** Найти общее решение уравнения, приведя его к каноническому виду

$$u_{xx} + 2u_{xy} + u_{yy} - 3u_x - 3u_y = 0.$$

**10** Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге

$$\Delta u = 0, \quad 0 \leq r < 1,$$

$$u|_{r=1} = 3\varphi^2 + \varphi + 2.$$

**11** Решить задачу для уравнения Пуассона в шаровом слое

$$\Delta u \equiv u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = xz, \quad 1 < r < 2,$$

$$u|_{r=1} = 2, \quad u|_{r=2} = 1.$$

**12** Решить первую смешанную задачу для волнового уравнения в круге

$$u_{tt} = 6\Delta u, \quad 0 < r < 20, \quad 0 < t < \infty,$$

$$u(r, 0) = \frac{1}{8} \left( 1 - \left( \frac{r}{20} \right)^2 \right), \quad u_t(r, 0) = 0,$$

$$u(20, t) = 0.$$

**13** Найти решение первой смешанной задачи для уравнения теплопроводности в круге

$$u_t = 25\Delta u, \quad 0 \leq r < 2, \quad t > 0,$$

$$u(r, 0) = 4 - r^2,$$

$$u(2, t) = 0.$$

**14** Используя формулу Пуассона, найти решение задачи Коши для волнового уравнения на плоскости

$$u_{tt} = a^2(u_{xx} + u_{yy}),$$

$$u|_{t=0} = u_0(x, y) = 0, \quad u_t|_{t=0} = u_1(x, y) = (x - 2y)^2$$

**15** Используя формулу Кирхгофа, найти решение задачи Коши для волнового уравнения в пространстве

$$u_{tt} = 6(u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}),$$

$$u|_{t=0} = u_0(x) = 0, \quad u_t|_{t=0} = u_1(x) = (2x + y + 2z)^2.$$

**16** Используя формулу Пуассона, найти решение задачи Коши для уравнения теплопроводности

$$u_t = 6u_{xx}, \quad u|_{t=0} = u_0(x) = e^{-x^2 - x}$$