

Государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования Московской области  
«Университет «Дубна»  
(государственный университет «Дубна»)

Филиал «Протвино»  
Кафедра «Общеобразовательных дисциплин»



УТВЕРЖДАЮ

Директор

*[Handwritten signature]*

/Евсиков А.А./

подпись

Фамилия И.О.

« 30 » 06 2022 г.

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

**Математический анализ**

*наименование дисциплины (модуля)*

Направление подготовки (специальность)

**03.03.02 Физика**

*код и наименование направления подготовки (специальности)*

Уровень высшего образования

**бакалавриат**

*бакалавриат, магистратура, специалитет*

Направленность (профиль) программы (специализация)

**«Медицинская физика»**

Форма обучения

**очная**

*очная, очно-заочная, заочная*

Протвино, 2022

Преподаватель (преподаватели):

Клименко К.Г., профессор, д.ф.-м.н., кафедра Общеобразовательных дисциплин  
Фамилия И.О., должность, ученая степень, ученое звание, кафедра; подпись



Рабочая программа разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) высшего образования

03.03.02 Физика

(код и наименование направления подготовки (специальности))

Программа рассмотрена на заседании кафедры Общеобразовательных дисциплин  
(название кафедры)

Протокол заседания № 5 от « 28 » июня 2022 г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Сытин А.Н.

  
(Фамилия И.О., подпись)

СОГЛАСОВАНО

Зав. кафедрой «Техническая физика» Соколов А.А.

29.06.22



Эксперт (рецензент):

(Ф.И.О., ученая степень, ученое звание, место работы, должность; если текст рецензии не прикладывается –  
подпись эксперта (рецензента), заверенная по месту работы)

## Оглавление

1 Цели и задачи освоения дисциплины (модуля) .....	4
2 Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП.....	5
3 Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю) .....	5
4 Объем дисциплины (модуля).....	5
5 Содержание дисциплины (модуля) .....	6
6 Перечень учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю) .....	10
7 Фонды оценочных средств по дисциплине (модулю) .....	10
8 Ресурсное обеспечение .....	11
Приложение.....	14

## 1 Цели и задачи освоения дисциплины (модуля)

Целью изучения дисциплины «Математический анализ» является формирование у обучающихся общепрофессиональных ОПК-1 компетенций в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки бакалавров 03.03.02 «Физика» с учетом направленности бакалаврской программы – «Медицинская физика»; ознакомление будущего бакалавра с основами дифференциального и интегрального исчисления функции одной или нескольких вещественных переменных как одного из важнейших методов исследования в области естественных наук и инженерно-технической деятельности, а также развитие у студентов рационального понимания окружающего мира, навыков логического мышления, формирование способности к самостоятельному анализу и техническому творчеству. Все это является необходимой подготовкой студентов к профессиональной деятельности.

Задачи изучения дисциплины охватывают теоретические и практические аспекты подготовки будущего специалиста:

- основные теоремы и правила теории пределов и дифференциального исчисления функции одной переменной;
- основные теоремы и правила теории интегрального исчисления функции одной переменной;
- основные теоремы и понятия теории функций нескольких переменных и теории скалярного поля;

При этом будущие специалисты овладевают:

- методикой вычисления пределов и нахождения производных основных элементарных функций;
- навыками нахождения площадей и объемов различных геометрических фигур с помощью определенного интеграла;
- навыками использования производной и интеграла в физических и технических приложениях;
- методами нахождения частных производных, производной по выбранному направлению и градиента функции нескольких вещественных переменных

Областями профессиональной деятельности в рамках изучаемой дисциплины (модуля) являются:

- атомная промышленность (в сфере обеспечения жизненного цикла (исследование, проектирование и разработка современного уникального оборудования, производство, наладка, эксплуатация) оборудования ускорительных комплексов как медицинского назначения, так и используемых для проведения исследований в области физики высоких энергий, физических установок, в том числе, медицинского назначения для обеспечения эффективного и безопасного развития атомной отрасли);
- сквозные виды профессиональной деятельности в промышленности (в сферах проведения научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ по тематике организации, управления результатами научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ с целью производства современного оборудования, обеспечивающего совершенствование ядерно-энергетических технологий).

Специфика курса учитывает особенности информационных технологий для студентов с ограниченными возможностями здоровья. Преподавание данного курса происходит с использованием адаптированной компьютерной техники.

## 2 Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.О.10.01 «Математический анализ» входит в блок 1 дисциплин обязательной части учебного плана. Изучается в I и II семестрах I курса, III семестре II курса.

Приступая к изучению дисциплины, студент должен достаточно хорошо знать элементарную математику и элементы высшей математики в объеме средней школы.

Курс призван обеспечить общеобразовательную теоретическую подготовку студентов к практической работе в различных областях науки и техники.

Программа дисциплины «Математический анализ» состоит из таких разделов, как дифференциальное и интегральное исчисления функции одной переменной, элементов теории функций нескольких переменных и теории поля и др. Её изучение проводится в первом, втором и третьем семестрах.

После обучения по программе «Математический анализ» студент должен быть подготовлен к изучению дисциплин из курса общей и теоретической физики, а также таких дисциплин модуля «Математика», как «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дифференциальные уравнения», «Вычислительная математика», «Введение в исследование операций», «Статистика», «Дискретная математика» и др. Кроме того, дисциплина «Математический анализ» является основой для успешного освоения различных спецкурсов и чтения оригинальной научной и инженерно-технической литературы по основной специальности «Физика».

## 3 Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)

Формируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенций (код и формулировка)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)
ОПК-1 – Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;	ОПК-1.1. Применяет математические, естественнонаучные, социально-экономические и профессиональные знания для решения научно-исследовательских задач  ОПК-1.2. Применяет системы и методы теоретических оценок и расчетов для экспериментов на ускорителях, реакторах и других ядерно-физических установках	– Знать современные проблемы и новейшие достижения физики и медицины, современные достижения науки и передовой технологии.  – Знать физические и математические модели для теоретического и экспериментального исследования закономерностей в области физики и медицины.

## 4 Объем дисциплины (модуля)

Объем дисциплины (модуля) составляет 9 зачетных единиц, всего 324 часа, из которых:

**204 час** составляет контактная работа обучающегося с преподавателем:

102 часов – лекционные занятия;

102 часов – практические занятия.

**108 часов** – мероприятия промежуточной аттестации (экзамен),

**12 часов** составляет самостоятельная работа обучающегося.

## 5 Содержание дисциплины (модуля)

Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Всего (академ. часы)	в том числе:				Самостоятельная работа обучающегося
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем)				
		Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные занятия	Всего	
<b>I семестр / I курс (указать нужное)</b>						
<b>Раздел 1. Введение.</b> Предмет математического анализа. Некоторые методы доказательств: метод доказательства от противного, метод математической индукции. Формула бинома Ньютона.	42	2	2		4	2
<b>Раздел 2. Вещественные числа. Числовые последовательности.</b> Множество вещественных чисел. Абсолютная величина числа. Точная верхняя и нижняя грани числовых множеств. Понятие числовой последовательности и ее предела. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности, их свойства. Основные теоремы о пределе последовательности. Число $e$ .		8	8		16	
<b>Раздел 3. Функция и ее предел.</b> Понятие функции и ее предельного значения в точке. Предел на бесконечности и плюс/минус бесконечности. Теоремы о пределе функции. Замечательные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их сравнение. Понятие непрерывности функции в точке. Основные теоремы о непрерывных функциях. Классификация точек разрыва. Теоремы о непрерывных на отрезке функциях.		10	10		20	
<b>Раздел 4. Производная и дифференциал.</b> Определение производной, ее геометрический и физический смысл. Правила дифференцирования. Производная сложной, обратной и функции, заданной параметрически. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. Формула Тейлора. Вычисление пределов с помощью правила Лопитала.	22	10	10		20	2

Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Всего (академ. часы)	в том числе:				Самостоятельная работа обучающегося
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем)				
		Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные занятия	Всего	
<b>Раздел 5. Исследование графика функции.</b> Возраста-ние и убывание функции. Экстремумы функции. Вы-пуклость, вогнутость, и точки перегиба функции. Асимптоты. Схема построения графика функции. Зада-чи на наибольшее и наименьшее значения функции.	8	4	4		8	
Промежуточная аттестация: экзамен	36					
<b>Итого за семестр I / курс I</b>	<b>108</b>	<b>34</b>	<b>34</b>		<b>68</b>	<b>4</b>

Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Всего (академ. часы)	в том числе:				Самостоятельная работа обучающегося
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем)				
		Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные занятия	Всего	
<b>II семестр /I курс (указать нужное)</b>						
<b>Раздел 1. Неопределенный интеграл.</b> Понятие не-определенного интеграла. Основные методы и форму-лы интегрирования. Интегрирование рациональных функций и некоторых других классов функций.	72	8	8		16	4
<b>Раздел 2. Определенный интеграл.</b> Понятие опреде-ленного интеграла. Основные свойства определенного интеграла. Связь с неопределенным интегралом. Гео-метрические и физические приложения определенного интеграла. Понятие несобственных интегралов 1-го и 2-го рода. Признаки сходимости.		10	10		20	
<b>Раздел 3. Функции нескольких переменных.</b> Метри-ческие и евклидовы пространства. Понятие функции нескольких переменных. Предел. Непрерывность. Частные производные. Дифференциал. Производные		16	16		32	

Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Всего (академ. часы)	в том числе:				Самостоятельная работа обучающегося
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем)			Всего	
		Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные занятия		
сложной функции. Неявные функции. Производная по направлению. Градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула Тейлора. Экстремум функции нескольких переменных.						
Промежуточная аттестация: экзамен	36					
<b>Итого за семестр II / курс I</b>	<b>108</b>	<b>34</b>	<b>34</b>		<b>68</b>	<b>4</b>
<b>III семестр /II курс (указать нужное)</b>						
<b>Раздел 1. Числовые ряды.</b> Понятие суммы бесконечного числового ряда. Основные свойства сходящихся и расходящихся числовых рядов. Некоторые достаточные признаки сходимости неотрицательных рядов. Знакопередающие и знакопеременные числовые ряды. Понятие абсолютной и условной сходимости.	72	8	8		16	4
<b>Раздел 2. Функциональные ряды.</b> Понятие о функциональном ряде и его области сходимости. Равномерная сходимость. Основные свойства равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда. Разложение функций в ряд Тейлора. Ряды Фурье. Разложение в ряд Фурье периодических функций и функций, заданных на отрезке.		8	8		16	
<b>Раздел 3. Кратные интегралы.</b> Понятие о двойном и повторном интегралах. Вычисление двойного интеграла с помощью повторного. Замена переменных в двойном интеграле. Геометрические и физические приложения двойного интеграла. Понятие о тройном интеграле и его вычислении с помощью повторных интегралов. Понятие о криволинейных и поверхностных		10	10		20	



Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Всего (академ. часы)	в том числе:				
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем)				Самостоятельная работа обучающегося
		Лекции	Практические (семинарские) занятия	Лабораторные занятия	Всего	
интегралах. Их физические и геометрические приложения.						
<b>Раздел 4. Криволинейные и поверхностные интегралы.</b> Криволинейные интегралы 1 и 2 рода. Формула Грина. Вычисление площадей. Поверхностные интегралы. Формулы Стокса и Остроградского-Гаусса.		8	8		16	
Промежуточная аттестация: экзамен	36					
<b>Итого за семестр III / курс II</b>	<b>108</b>	<b>34</b>	<b>34</b>		<b>68</b>	<b>4</b>
<b>Итого</b>	<b>324</b>	<b>102</b>	<b>102</b>		<b>204</b>	<b>12</b>

При реализации дисциплины (модуля) организуется практическая подготовка путем проведения практических занятий (102 часа), предусматривающих участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Практическая подготовка также включает в себя отдельные занятия лекционного типа, которые предусматривают передачу учебной информации обучающимся, необходимой для последующего выполнения работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью (102 часа).

Практическая подготовка при изучении дисциплины реализуется:

- непосредственно в университете (филиале);
- в структурном подразделении университета (филиала), предназначенном для проведения практической подготовки.

### **6 Перечень учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю)**

Для обеспечения реализации программы дисциплины (модуля) разработаны:

- методические материалы к практическим (семинарским) занятиям;
- методические материалы по организации самостоятельной работы обучающихся;
- методические материалы по организации изучения дисциплины (модуля) с применением электронного обучения, дистанционных образовательных технологий;
- методические рекомендации для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов по освоению программы дисциплины (модуля);
- методическое обеспечение инновационных форм учебных занятий и проч.

Методические материалы по дисциплине (модулю) и образовательной программе в целом представлены на официальном сайте образовательной организации (раздел «Сведения об образовательной организации» – Образование – Образовательные программы).

### **7 Фонды оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений поэтапным требованиям образовательной программы по дисциплине (модулю) разработаны фонды оценочных средств, позволяющие оценить результаты обучения (знания, умения, навыки) и сформированные (формируемые) компетенции.

Эти фонды включают теоретические вопросы, типовые практические задания, контрольные работы, домашние работы, тесты и иные оценочные материалы, используемые при проведении процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Фонды оценочных средств представлены в приложении к рабочей программе.

При необходимости обучающиеся с ограниченными возможностями здоровья и инвалиды обеспечиваются оценочными материалами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

## 8 Ресурсное обеспечение

### • Перечень основной и дополнительной учебной литературы

#### *Основная учебная литература*

1. Шипачев, В. С. Математический анализ. Теория и практика : учебное пособие / В. С. Шипачев. — 3-е изд. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 351 с. — (Высшее образование). - ISBN 978-5-16-010073-9. - Текст : электронный. // ЭБС "Znanium.com". - URL: <https://znanium.com/catalog/product/989800> (дата обращения: 26.04.2022). Режим доступа: по подписке.
2. Шершнев, В. Г. Математический анализ : учеб. пособие. — М. : ИНФРА-М, 2019. — 288 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-102414-0. - Текст : электронный. // ЭБС "Znanium.com". - URL: <https://new.znanium.com/catalog/product/1008011> (дата обращения: 26.04.2022) . Режим доступа: по подписке.
3. Шипачев В.С. Высшая математика: Учебник для вузов. - 5-е изд.стер. - М.: Высш.шк., 2000. - 479 с.: ил.

#### *Дополнительная учебная литература*

1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х частях. Ч.1. Изд. 5-е, испр. Учеб. пособие для втузов / П.Е. Данко, А.Г.Попов, Т.Я. Кожевникова. - М.: Издательский дом "Оникс 21 век:Мир и образование", 2003. - 304 с.:ил.
2. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х частях. Ч.2. Изд. 5-е, испр. Учеб. пособие для втузов / П.Е.Данко, А.Г.Попов, Т.Я.Кожевникова. - М.: Издательский дом "Оникс 21 век:Мир и образование", 2003. - 414 с.:ил.
3. "Клименко, К.Г. Методы решения некоторых задач избранных разделов высшей математики. : практикум / К. Г. Клименко, Е. А. Козловский, Г. В. Левицкая. - М. : Прометей, 2014. - 107с. - ISBN 978-5-7042-2529-4.
4. Клименко К.Г. Методы решения некоторых задач избранных разделов высшей математики: практикум : электронное методическое пособие / К.Г. Клименко, Е.А. Козловский, Г.В. Левицкая; Рец. А.В.Разумов. - Протвино : Филиал "Протвино" государственного университета "Дубна", 2017. - 63с. : ил. - Текст : электронный. // Веб-сайт филиала «Протвино» государственного университета «Дубна». – URL: [http://uni-protvino.ru/enter\\_ump.html](http://uni-protvino.ru/enter_ump.html). Режим доступа ограниченный, по логину и паролю.
5. Шапкин А.С. Задачи по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию с решениями [Текст] : Учебное пособие (гриф) / А.С. Шапкин. - 2-е изд. - М. : Дашков и К, 2006. - 432с.
6. Шапкин, А. С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию : учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. — 9-е изд., стер. — Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2020. — 432 с. - ISBN 978-5-394-03710-8. - Текст: электронный. // ЭБС "Znanium.com". - URL: <https://new.znanium.com/catalog/product/1091871> (дата обращения: 27.04.2022). Режим доступа: по подписке.
7. Шершнев, В. Г. Математический анализ: сборник задач с решениями : учебное пособие / В. Г. Шершнев. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 164 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-005487-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1127714> (дата обращения: 27.04.2022). – Режим доступа: по подписке.

#### *Периодические издания*

1. Вестник Московского университета. Серия 01. Математика. Механика: научный журнал / Учредитель: Московский государственный университет – М.: Издательство

- Московского университета гл. ред. В.Н. Чубариков– Журнал основан в 1960 году. – Полные электронные версии статей журнала представлены в БД периодических изданий «East View»: <https://dlib.eastview.com/browse/publication/9045/udb/890>
2. Вестник Московского государственного областного университета. Серия: физика-математика: научный журнал / Учредитель Московский государственный областной университет Гл. ред. А.С. Бугаев. - Журнал основан в 1998 году – Сайт журнала: <http://vestnik-mgou.ru/Series/PhysicsMathematics> Полные электронные версии статей журнала доступны на сайте научной электронной библиотеки «eLIBRARY.RU»: [https://elibrary.ru/title\\_about.asp?id=25657](https://elibrary.ru/title_about.asp?id=25657)
  3. Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика: научный журнал / Учредитель: Московский государственный университет – М.: Издательство Московского университета – Журнал основан в 1977 году. – Полные электронные версии статей журнала представлены в БД периодических изданий «East View»: <https://dlib.eastview.com/browse/publication/9166/udb/890>

### **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет** *Электронно-библиотечные системы и базы данных*

1. ЭБС «Znaniium.com»: <http://znaniium.com/>
2. ЭБС «Лань»: <https://e.lanbook.com/>
3. ЭБС «Юрайт»: <https://biblio-online.ru/>
4. ЭБС «Университетская библиотека онлайн»: <http://biblioclub.ru/>
5. Научная электронная библиотека (ПУНЭБ) «eLIBRARY.RU»: <http://elibrary.ru>
6. Национальная электронная библиотека (НЭБ): <http://нэб.рф/>
7. Базы данных российских журналов компании «East View»: <https://dlib.eastview.com/>

### *Научные поисковые системы*

1. [Math-Net.Ru](http://www.mathnet.ru/) - современная информационная система, предоставляющая российским и зарубежным математикам различные возможности поиска информации о математической жизни в России – <http://www.mathnet.ru/>
2. [Google Scholar](https://scholar.google.ru/) - поисковая система по научной литературе. Включает статьи крупных научных издательств, архивы препринтов, публикации на сайтах университетов, научных обществ и других научных организаций <https://scholar.google.ru/>
3. [SciGuide](http://www.prometeus.nsc.ru/sciguide/page0601.ssi) - навигатор по зарубежным научным электронным ресурсам открытого доступа. <http://www.prometeus.nsc.ru/sciguide/page0601.ssi>
4. [ArXiv.org](http://arxiv.org/) - научно-поисковая система, специализируется в областях: компьютерных наук, астрофизики, физики, математики, квантовой биологии. <http://arxiv.org/>
5. [WorldWideScience.org](http://worldwidescience.org/) - глобальная научная поисковая система, которая осуществляет поиск информации по национальным и международным научным базам данных и порталам. <http://worldwidescience.org/>

### *Профессиональные ресурсы сети «Интернет»*

1. Федеральная информационная система «Единое окно доступа к информационным ресурсам»: <http://window.edu.ru/>
2. Образовательный математический сайт EXPonenta.ru <http://exponenta.ru/default.asp>
3. Математический сайт Math.ru <http://math.ru/lib/>
4. Сайт РАН Институт Вычислительной математики. <http://www.inm.ras.ru/>

### **Необходимое программное обеспечение**

Проведение лекционных занятий предполагает использование комплектов слайдов и программных презентаций по рассматриваемым темам.

## Необходимое материально-техническое обеспечение

Лекционные и семинарские занятия со студентами проводятся в стандартно оборудованных аудиториях Филиала, имеющих все необходимые средства для проведения занятий. Для проведения численных расчётов при выполнении самостоятельных работ студентам предоставляется возможность работы в компьютерных классах на персональных компьютерах с использованием стандартного программного обеспечения. Дисциплина обеспечена необходимым программным обеспечением, которое находится в свободном доступе (программы Open Office (свободная лицензия, код доступа не требуется)).

Обучающиеся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья могут использовать специализированное программное и материально-техническое обеспечение:

- обучающиеся с нарушениями опорно-двигательного аппарата при необходимости могут использовать адаптивные технические средства: специально оборудованные джойстики, увеличенные выносные кнопки, клавиатуры с большими клавишами.
- обучающиеся с ограничениями по зрению могут прослушать доступный аудиоматериал или прочитать тексты, увеличив шрифт на экране монитора компьютера. Рекомендуется использовать экранную лупу и другие визуальные вспомогательные средства, чтобы изменить шрифт текста, межстрочный интервал, синхронизацию с речью и т.д., программы экранного доступа (скринридеры для прочтения текстовой информации через синтезированную речь) и/или включить функцию «экранного диктора» на персональном компьютере с операционной системой Windows 7, 8, 10.
- обучающиеся с ограничениями по слуху могут воспользоваться компьютерной аудиогарнитурой при прослушивании необходимой информации и портативной индукционной системой серии «ИСТОК».

При необходимости, обучающиеся с ограниченными возможностями здоровья и инвалиды обеспечиваются печатными и (или) электронными образовательными ресурсами (образовательная программа, учебные пособия и др.) в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

Для лиц с нарушениями зрения:

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

Для лиц с нарушениями слуха:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

### Фонды оценочных средств

В результате освоения дисциплины «Математический анализ» программы бакалавров по направлению подготовки 03.03.02 «Физика» с учетом направленности бакалаврской программы – «Медицинская физика» выпускник должен обладать следующими компетенциями:

Общепрофессиональные компетенции:

Компетенция **ОПК-1** – Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности

*код и формулировка компетенции*

**Описание показателей и критериев оценивания компетенций, а также шкал оценивания**

**Компетенция ОПК-1 – Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности**

ИНДИКАТОР ДОСТИЖЕНИЯ КОМПЕТЕНЦИИ (код и наименование)	КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по практике ШКАЛА оценивания				
	1	2	3	4	5
ОПК-1.1. Применяет математические, естественнонаучные, социально-экономические и профессиональные знания для решения научно-исследовательских задач.	Отсутствие знаний	Знает только таблицу производных и неопределенных интегралов.	Кроме таблицы производных и неопределенных интегралов, знает методы дифференцирования и интегрирования.	Хорошо знает технику дифференцирования, интегрирования. Знает Формулу Ньютона-Лейбница. Знаком с теорией числовых и функциональных рядов. Допускает отдельные негрубые ошибки	Знает основные теоремы дифференциального и интегрального исчисления., вычисления интегралов, разложения функций в ряд Тейлора и Фурье. Не допускает ошибок.

<p>ОПК-1.2. Применяет системы и методы теоретических оценок и расчетов для экспериментов на ускорителях, реакторах и других ядерно-физических установок</p>	<p>Отсутствие знаний</p>	<p>Демонстрирует удовлетворительный уровень знаний и умений решения задач профессиональной деятельности с применением методов математического анализа и моделирования, но допускает достаточно серьезные ошибки.</p>	<p>Демонстрирует хороший уровень знаний и умений решения задач профессиональной деятельности с применением методов математического анализа и моделирования, но отдельные негрубые ошибки.</p>	<p>Демонстрирует высокий уровень знаний и умений решения задач профессиональной деятельности с применением методов математического анализа и моделирования, не допускает ошибок.</p>	<p>Демонстрирует свободное и уверенное знание решения задач профессиональной деятельности с применением методов математического анализа и моделирования. Не допускает ошибок.</p>
---	--------------------------	--	---	--	---

При балльно-рейтинговой системе все знания, умения и навыки, приобретаемые студентами в результате изучения дисциплины, оцениваются в баллах.

**Итоговой формой контроля во 1–3 семестрах является экзамен.** По итогам работы в семестре студент может получить максимально **70** баллов. На экзамене студент может набрать максимально **30** баллов.

В течение семестра 1-го семестра студент может заработать баллы за следующие виды работ:

Виды работ	Максимальное количество баллов
Посещаемость	34 (17 + 17)
Работа на практических занятиях	17
Контрольные работы (ПР-2.1 + ПР-2.2)	29 (14 + 15)
Итого:	70
Промежуточная аттестация (экзамен)	30

В течение семестра 2-го семестра студент может заработать баллы за следующие виды работ:

Виды работ	Максимальное количество баллов
Посещаемость	34 (17 + 17)
Работа на практических занятиях	17
Контрольные работы (ПР-2.3)	29
Итого:	70
Промежуточная аттестация (экзамен)	30

В течение семестра 3-го семестра студент может заработать баллы за следующие виды работ:

Виды работ	Максимальное количество баллов
Посещаемость	34 (17 + 17)
Работа на практических занятиях	17
Контрольные работы (ПР-2.4)	29
Итого:	70
Промежуточная аттестация (экзамен)	30

Если к моменту окончания семестра студент набирает от **51** до **70** баллов, то он получает допуск к экзамену.

Если студент к моменту окончания семестра набирает от **61** до **70** баллов, то он может получить автоматическую оценку «удовлетворительно». При желании повысить свою оценку, студент имеет право отказаться от автоматической оценки и сдать экзамен.

Если студент не набрал минимального числа баллов (**51** балл), то он не получает допуск к экзамену.

#### Соответствие рейтинговых баллов и академических оценок

Общая сумма баллов за семестр	Итоговая оценка
86-100	Отлично
71-85	Хорошо
51-70	Допуск к экзамену
в том числе:	
61-70	Возможность получения автоматической оценки «удовлетворительно»
51-60	Только допуск к экзамену
0-50 *	Неудовлетворительно (студент не допущен к экзамену)



Текущий контроль успеваемости осуществляется в процессе выполнения практических и самостоятельных работ в соответствии с ниже приведенным графиком.

### График выполнения самостоятельных работ студентами в 1-м семестре

Виды работ	Недели учебного процесса																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
ПР-2.1								ВЗ				33					
ПР-2.2													ВЗ			33	

ВЗ – выдача задания

33 – защита задания

### График выполнения самостоятельных работ студентами во 2-м семестре

Виды работ	Недели учебного процесса																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
ПР-2.3								ВЗ				33					

ВЗ – выдача задания

33 – защита задания

### График выполнения самостоятельных работ студентами во 3-м семестре

Виды работ	Недели учебного процесса																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
ПР-2.4								ВЗ				33					

ВЗ – выдача задания

33 – защита задания

Процедура оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине предусматривает предоставление информации в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- в печатной форме,
- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа.

Данный перечень может быть конкретизирован в зависимости от контингента обучающихся.

При необходимости обучающемуся инвалиду и лицу с ОВЗ предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете или экзамене. У обучающегося инвалида и лица с ОВЗ имеется возможность выбора формы контроля на практических занятиях, зачетах, экзаменах, подходящая конкретно для него.

### Методическое обеспечение инновационных форм учебных занятий

Для успешного освоения АОП обучающимися с ОВЗ и инвалидностью могут применяться технологии интенсификации обучения.

#### Технологии интенсификации обучения

Технологии	Цель	Адаптированные методы
Проблемное обучение	Развитие познавательной способности, активности, творческой самостоятельности обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов	Поисковые методы, постановка познавательных задач с учетом индивидуального социального опыта и особенностей обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов
Концентрированное	Создание блочной структуры учебного процесса, наиболее отвечающей	Методы, учитывающие динамику и уровень работоспособности обучающихся с ограни-

Технологии	Цель	Адаптированные методы
обучение	особенностям здоровья обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов	ченными возможностями здоровья и инвалидов
Модульное обучение	Гибкость обучения, его приспособление к индивидуальным потребностям обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов	Индивидуальные методы обучения: индивидуальный темп и график обучения с учетом уровня базовой подготовки обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов
Дифференцированное обучение	Создание оптимальных условий для выявления индивидуальных интересов и способностей обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов	Методы индивидуального личностно ориентированного обучения с учетом ограниченных возможностей здоровья и личностных психолого-физиологических особенностей
Развивающее обучение	Ориентация учебного процесса на потенциальные возможности обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов	Вовлечение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов в различные виды деятельности, развитие сохранных возможностей
Социально-активное, интерактивное обучение	Моделирование предметного и социального содержания учебной деятельности обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов	Методы социально-активного обучения, игровые методы с учетом социального опыта обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов
Рефлексивное обучение, развитие критического мышления	Интерактивное вовлечение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов в групповой образовательный процесс	Интерактивные методы обучения, вовлечение обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов в различные виды деятельности, создание рефлексивных ситуаций по развитию адекватного восприятия собственных особенностей
Мультимедиа-технологии	Опора на компенсаторные возможности обучающихся с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов	Мультимедиа-технологии, реализуемые на основе специально структурированных баз данных, электронных пособий и учебников и адаптированного программно-аппаратного обеспечения и периферии;

Все образовательные технологии рекомендуется применять как с использованием универсальных, так и специальных информационных и коммуникационных средств, в зависимости от вида и характера ограниченных возможностей здоровья обучающихся.

- Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

#### Тематика самостоятельных контрольных работ студентов ПР-2

Обозначение	№ раздела дисциплины	Наименование самостоятельных работ	К-во часов
ПР-2.1	3,4 (1 семестр)	Контрольная работа по теме «Предел и производная функции» (индивидуальное задание для каждого студента).	38

ПР-2.2	5 (1 семестр)	Контрольная работа по теме «Исследование графика функции» (индивидуальное задание для каждого студента).	38
ПР-2.3	3 (2 семестр)	Контрольная работа по теме «Функции нескольких переменных» (индивидуальное задание для каждого студента).	30
ПР-2.4	4 (2 семестр)	Контрольная работа по теме «Числовые ряды» (индивидуальное задание для каждого студента).	30

Все образовательные технологии рекомендуется применять как с использованием универсальных, так и специальных информационных и коммуникационных средств, в зависимости от вида и характера ограниченных возможностей здоровья обучающихся

- Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

### Типичный вариант самостоятельной контрольной работы ПР-2.1 по теме «Производная»

Вариант 1: Найти производные следующих функций

- 1)  $y = 5^{\sin^4 2x}$ .                      2)  $y = \operatorname{tg} x \cdot \cos e^{-x^3}$ .                      3)  $y = \frac{\arcsin 2x}{\arccos x}$ .
- 4)  $y = (\operatorname{ctg} \sqrt{x})^3$ .                      5) Найти  $\frac{d^2 y}{dx^2}$ , если  $y = e^{2x} \cos 3x$ .

### Типичный вариант самостоятельной контрольной работы ПР-2.2 по теме «Исследование графика функций»

Вариант 1: Провести полное исследование и построить графики функций

А)  $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ ;                      Б)  $y = x e^{-\frac{1}{x}}$ ;                      В)  $y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 1}$ .

### Типичный вариант самостоятельной контрольной работы ПР-2.3 по теме «Функции нескольких переменных».

Вариант № 1.

- Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$ , если  $z = \cos \frac{x}{y^4}$ .
- Найти  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$ , если  $z = \sin(u^3 v^5)$ , где  $u = e^{xy}$ ,  $v = \operatorname{tg} 3x$ .
- Найти полную производную  $\frac{dz}{dt}$ , если  $z = \operatorname{tg} \frac{y^2}{tx}$ , где  $x = \sin t$ ,  $y = \cos 2t$ .
- Найти  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ , если  $z = x e^{x^2 - y^3}$ .
- Исследовать на экстремум функцию  $z = x^2 + xy + 4y^2 - 6x - 3y - 4$ .
- Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 19 = 0$  в точке  $M(1;2;2)$ .
- Найти производную функции  $u = x^3 y^2 z^3$  в направлении вектора  $\vec{a} = \{1; -2; 2\}$  в точке  $M(1;1;2)$ .

**Типичный вариант самостоятельной контрольной работы ПР-2.4  
по теме «Числовые ряды»**

Вариант 1

1. Исследовать сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{3n+5}$ .
2. Найти сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3}{5^n}$ .
3. Найти сумму ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ .
4. Исследовать сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n}$ .
5. Исследовать сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^3+1}}$ .

- Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Процедура промежуточной аттестации проходит в соответствии с «Положением балльно-рейтинговой системе оценки и текущем контроле успеваемости студентов», а также «Положением о промежуточной аттестации» университета «Дубна».

**Методические указания к практическим занятиям**

Последовательное решение практических задач по темам:

а) 1 семестр

1. Элементарные функции. Основные свойства.
2. Исследование функции на выпуклость, вогнутость.
3. Обратная функция. Сложная функция. Пр-ная сложн. функции.
4. Вычисление предела последовательности.  $\infty - \infty$ ;  $\infty / \infty$ ;  $0/0$ .
5. Предел функции. Первый замечательный предел.
6. Второй замечательный предел. Следствия.
7. Эквивалентные бесконечно малые величины.
8. Правило Лопиталя.
9. Логарифмическая производная. Производные неявных функций.
10. Контрольная работа: «Предел функции».
11. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.
12. Определение производной. Дифференцирование явно заданной функции.
13. Производные высших порядков. Дифференциал.
14. Исследование функции. Построение графика функции.
15. Контрольная работа «Дифференцирование».
16. Формула Тейлора. Разложение элементарных функций.

**Образец варианта аудиторной контрольной работы по теме - ПРЕДЕЛЫ**

Вариант 1: Найти следующие пределы

- 1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2}{3x^2 + 2x + 5}$ .
- 2)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 3x + 2}$ .
- 3)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin x}{\cos \frac{x}{2}}$ .
- 4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+3} \right)^{3x-1}$ .
- 5)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}}{x - x^2}$ .

## Образец варианта аудиторной контрольной работы по теме - ПРОИЗВОДНАЯ

Вариант 1: Найти производные следующих функций

$$1) y = 5^{\sin^4 2x}. \quad 2) y = \operatorname{tg} x \cdot \cos e^{-x^3}. \quad 3) y = \frac{\arcsin 2x}{\arccos x}.$$

$$4) y = (\operatorname{ctg} \sqrt{x})^3. \quad 5) \text{Найти } \frac{d^2 y}{dx^2}, \text{ если } y = e^{2x} \cos 3x.$$

### б) 2 семестр

1. Неопределенный интеграл. Непосредственное интегрирование.
2. Замена переменной в неопределенном интеграле.
3. Интегрирование по частям
4. Интегрирование рациональных дробей
5. Интегралы вида  $\int R(e^x) dx$ ,  $R$  – рациональная функция
6. Интегрирование простейших иррациональных функций
7. Тригонометрические подстановки
8. Аудиторная контрольная работа: «Неопределенный интеграл»
9. Определенный интеграл. Основные свойства.
10. Несобственные интегралы
11. Вычисление площади плоской фигуры.
12. Вычисление объема тела
13. Вычисление площади поверхности вращения
14. Производная и дифференциальные функции нескольких переменных
15. Полный дифференциал
16. Частные производные и дифференциальные высших порядков.
17. Числовые ряды. Признаки сходимости рядов.
18. Знакопередающиеся ряды. Признаки сходимости.
19. Функциональные ряды. Степенные ряды. Ряды Фурье.
20. Линейные однородные ДУ 1-го порядка
21. Однородные и неоднородные ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
22. Двойной интеграл в полярных координатах. Вычисление площади плоской фигуры.

## Примеры вариантов аудиторной контрольной работы по теме - ИНТЕГРАЛ

Вариант 1.

$$1. \int \sqrt{1+x^2} x dx$$

$$2. \int (2x+1)e^{-2x} dx$$

$$3. \int \frac{2x-3}{1+x^2} dx$$

$$4. \int \frac{2e^{2x}}{e^{2x}+4e^x+5} dx$$

$$5. \int \frac{6x-4}{(x-2)^2(x+2)} dx$$

Вариант 2.

$$1. \int \sqrt{1+x^3} x^2 dx$$

$$2. \int x \sin 2x dx$$

$$3. \int \frac{2x-3}{x^2+4} dx$$

$$4. \int \frac{2e^{2x}}{e^{2x}+4e^x+3} dx$$

$$5. \int \frac{6x+4}{(x+2)^2(x-2)} dx$$

Вариант 3.

$$1. \int \sqrt{1+x^4} x^3 dx$$

$$2. \int x \cos 3x dx$$

$$3. \int \frac{4x-5}{x^2+4x+5} dx$$

$$4. \int \frac{2e^x}{e^{2x}+4e^x+3} dx$$

$$5. \int \frac{6x-4}{x(x-1)(x-2)} dx$$

На практических домашних и аудиторных занятиях студенты приобретают навыки решения задач по темам «Предел функции» и «Производная функции». Домашние задания формируются на основе соответствующих разделов задачников (см. Список основной литературы).

Кроме индивидуальных самостоятельных контрольных работ ПР-2 предусмотрены и общие для всех домашние задания (ДЗ), темы которых соответствуют темам практических занятий. Объём каждого такого ДЗ составляет примерно 2 ч. самостоятельной работы в неделю. Для контроля выполнения ДЗ производится выборочный опрос студентов. В случае неуспеваемости студента контроль выполнения ДЗ становится постоянным. Кроме того, наличие всех ДЗ, не говоря о контрольных работах ПР-2, проверяется на экзамене или зачете. Индивидуальные домашние задания для самостоятельной работы составляются на основе сборников типовых расчетов [2] (см. Список дополнительной литературы).

### Список вопросов к экзамену (1-й семестр)

1. Формула бинома Ньютона.
2. Понятие о действительных числах. Их основные свойства, и операции над ними.
3. Модуль действительного числа. Основные свойства (доказать одно из них).
4. Ограниченные и неограниченные множества. Существование точной верхней (нижней) грани ограниченного сверху (снизу) множества.
5. Числовые последовательности. Ограниченные и неограниченные последовательности. Примеры.
6. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Доказать, что последовательность  $\{q^n\}$ —бесконечно малая при  $0 < q < 1$ , и бесконечно большая при  $q > 1$ .
7. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Определения и свойства (доказать одно из них).
8. Определение сходящейся последовательности. Доказать теорему о связи последовательности, имеющей предел, с бесконечно малой.
9. Определение сходящейся последовательности. Теоремы о единственности предела и об ограниченности сходящейся последовательности.
10. Теоремы о пределах суммы, произведения и частного сходящихся последовательностей (доказать две из них).
11. Определение сходящейся последовательности. Теорема о предельном переходе в неравенстве.
12. Предельный переход в неравенствах. Теорема о трех последовательностях.
13. Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса о сходимости монотонной и ограниченной последовательности.
14. Доказательство существования предела последовательности  $(1+1/n)^n$ .

15. Определение подпоследовательности. Теорема о пределе подпоследовательности сходящейся последовательности.
16. Числовые функции и способы их задания. Предел функции в точке по Гейне.
17. Правый и левый пределы функции в точке. Теорема о связи односторонних пределов и предела функции в точке.
18. Теоремы о пределах суммы, разности, произведения и частного двух функций. Предел многочлена в точке.
19. Доказать две теоремы о переходе к пределу в неравенствах, которым удовлетворяют функции, имеющие предел.
20. Первый “замечательный” предел.
21. Определение предела функции на бесконечности, плюс бесконечности и минус бесконечности. Второй “замечательный” предел.
22. Бесконечно малые функции. Теорема о связи функции, имеющей предел, с бесконечно малой функцией.
23. Бесконечно малые функции. Сравнение бесконечно малых функций. Примеры.
24. Бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно больших функций. Примеры.
25. Непрерывность функции в точке (три эквивалентных определения), непрерывность функции справа (слева).
26. Доказательство непрерывности функций  $\cos(x)$  и  $\sin(x)$ .
27. Доказательство непрерывности функции  $\ln(x)$ .
28. Определение точки разрыва функции. Классификация точек разрыва. Примеры.
29. Арифметические действия над непрерывными функциями.
30. Теорема о непрерывности сложной функции.
31. Понятие обратной функции. Ее график. Примеры.
32. Обратная функция. Теорема о непрерывности обратной функции.
33. Определение и геометрический смысл производной. Производные функций  $x^n$ ,  $\cos(x)$ .
34. Определение и геометрический смысл производной. Производные функций  $\sin(x)$ ,  $\ln(x)$ .
35. Дифференцируемость функции в точке. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости.
36. Связь непрерывности и дифференцируемости функции. Правила дифференцирования суммы и разности двух функций.
37. Связь непрерывности и дифференцируемости функции. Правила дифференцирования произведения двух функций.
38. Правила дифференцирования частного двух функций. Производные функций  $tg(x)$ ,  $ctg(x)$ .
39. Производная обратной функции. Производная функции  $\arcsin(x)$ .
40. Производная обратной функции. Производная функции  $\arctg(x)$ .
41. Теорема о производной сложной функции. Производная степенной функции с произвольным вещественным показателем.
42. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
43. Дифференцирование функций, заданных параметрически.
44. Производные высших порядков. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства биномиальных коэффициентов.
45. Определение предела функции в точке по Коши. Доказательство эквивалентности определений Гейне и Коши.
46. Определение непрерывности функции в точке по Коши. Критерий Коши. Необходимое и достаточное условие непрерывности функции в точке (доказательство необходимости).
47. Ограниченные функции. Теорема об ограниченности непрерывной функции.

Теорема об устойчивости знака непрерывной функции.

48. Теорема об обращении в нуль функции, непрерывной на отрезке и принимающей на его концах значения разных знаков. Теорема о промежуточных значениях функции, непрерывной на отрезке.

49. Первая теорема Вейерштрасса о функциях, непрерывных на отрезке.

50. Вторая теорема Вейерштрасса о функциях, непрерывных на отрезке.

51. Возрастающие и убывающие функции. Достаточное условие возрастания (убывания).

52. Точки экстремума. Необходимое условие экстремума.

### Список вопросов к экзамену (2-й семестр)

1. Понятие первообразной, неопределенного интеграла и их свойства.
2. Таблица неопределенных интегралов для элементарных функций.
3. Замена переменных в неопределенном интеграле.
4. Метод интегрирования по частям в неопределенном интеграле.
5. Простейшие дроби и их интегрирование.
6. Разложение правильных дробей на простейшие методом неопределенных коэффициентов.
7. Интегрирование рациональных функций.
8. Замена переменных при интегрировании иррациональных функций.
9. Интегрирование функций вида  $R(\sin(x), \cos(x))$ .
10. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
11. Понятие об определенном интеграле. Необходимое и достаточное условия его существования.
12. Теоремы о существовании интегрируемых функций.
13. Необходимость ограниченности области интегрирования для существования определенного интеграла.
14. Необходимость ограниченности функции для существования определенного интеграла.
15. Основные свойства определенного интеграла.
16. Оценки определенных интегралов.
17. Теорема о среднем значении.
18. Определенный интеграл с переменным верхним пределом (доказательство непрерывности и дифференцируемости).
19. Формула Ньютона – Лейбница.
20. Замена переменных в определенном интеграле.
21. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
22. Площади криволинейной трапеции и других плоских фигур в терминах определенного интеграла (границы фигур заданы в декартовых координатах).
23. Площадь криволинейного сектора в полярных координатах.
24. Площадь криволинейной трапеции, граница которой задана в параметрическом виде.
25. Вычисление объема тел по известному поперечному сечению. Объем тел вращения.
26. Площадь поверхности вращения.
27. Длина дуги плоской кривой в прямоугольных и полярных координатах.
28. Длина дуги плоской кривой, заданной в параметрическом виде.
29. Несобственные интегралы первого рода. Определение и примеры.
30. Несобственные интегралы второго рода. Определение и примеры.
31. Признак сравнения сходимости несобственных интегралов. Примеры.
32. Предельный признак сравнения сходимости несобственных интегралов. Примеры.
33. Сходимость несобственного интеграла от функции, если сходится несобственный интеграл от ее абсолютного значения.



34. Понятие об  $n$ -мерном вещественном пространстве  $R^n$ ,  $n$ -мерном метрическом пространстве и  $n$ -мерном евклидовом пространстве  $E^n$  (примеры).
35. Понятие функции многих переменных: область определения и область значений. График функции двух переменных.
36. Понятие открытого множества в  $E^n$ . Граница множества. Замкнутое множество. Понятие области, окрестности точки и др.
37. Предел последовательности точек из  $E^n$ . Определение предела функции двух (нескольких) переменных.
38. Понятие предела функции двух переменных в точке  $M$  вдоль некоторой кривой. Примеры функций, не имеющих предела.
39. Непрерывность функции двух переменных в точке. Основные свойства непрерывных функций. Определение точки разрыва функции. Примеры.
40. Понятие полного приращения функции нескольких переменных. Непрерывность функции в точке в терминах приращений функции и аргументов.
41. Свойства функций, непрерывных на замкнутой, ограниченной области.
42. Частные производные.
43. Определение дифференцируемости функции нескольких переменных в точке.
44. Связь дифференцируемости и непрерывности функции.
45. Необходимое условие дифференцируемости функции (существование частных производных).
46. Полный дифференциал функции многих переменных.
47. Понятие сложной функции одной, двух и т.д. переменных с двумя, тремя и т.д. промежуточными переменными. Ее непрерывность и дифференцируемость.
48. Правила вычисления частных производных сложных функций.
49. Производная по направлению. Градиент.
50. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
51. Экстремум функции многих переменных. Необходимые условия экстремума функции двух переменных.
52. Достаточное условие экстремума функции двух переменных.
53. Неявные функции многих переменных. Теорема о существовании и дифференцируемости неявной функции.
54. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в точке  $M$ .
55. Условный экстремум. Множитель Лагранжа и функция Лагранжа. Необходимое условие экстремума.

### Список вопросов к экзамену (3-й семестр)

1. Определение и геометрический смысл двойного интеграла. Свойства двойного интеграла.
2. Две теоремы о достаточном условии существования двойного интеграла.
3. Определение правильной области интегрирования. Два типа повторных интегралов.
4. Сведение двойного интеграла по прямоугольной области к одному из повторных интегралов.
5. Сведение двойного интеграла по произвольной области к повторному.
6. Замена переменных в двойном интеграле.
7. Переход в двойном интеграле от прямоугольных координат к полярным.
8. Понятие числового ряда. Сходимость и расходимость ряда. Примеры.
9. Необходимое условие сходимости числового ряда.
10. Расходимость гармонического ряда.
11. Свойства сходящихся числовых рядов (умножение членов ряда на постоянное число, почленное суммирование сходящихся рядов, отбрасывание конечного числа членов ряда).

12. Числовые ряды с неотрицательными членами. Необходимое и достаточное условие сходимости ряда с неотрицательными членами.
13. Признак сравнения сходимости числовых рядов с неотрицательными членами.
14. Признаки Даламбера и Коши сходимости числовых рядов с неотрицательными членами.
15. Предельный признак сравнения сходимости числовых рядов с неотрицательными членами.
16. Интегральный признак сходимости числового ряда с неотрицательными членами.
17. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница сходимости ряда.
18. Знакопеременные ряды. Абсолютно сходящиеся числовые ряды. Теорема об их сходимости.
19. Свойства абсолютно сходящихся рядов (исключая возможность перестановки членов абсолютно сходящегося ряда).
20. Теорема о независимости суммы абсолютно сходящегося числового ряда от порядка суммирования его членов
21. Условно сходящиеся числовые ряды. Примеры. Теорема о перестановке членов условно сходящихся числовых рядов
22. Понятие функционального ряда. Сходимость и абсолютная сходимость функционального ряда
23. Равномерная сходимость функционального ряда. Примеры.
24. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда
25. Основные свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.
26. Степенные ряды. Теорема Абеля о сходимости степенного ряда
27. Теорема о существовании радиуса сходимости степенного ряда.
28. Признаки Коши и Даламбера определения радиуса сходимости степенного ряда.
29. Основные свойства степенных рядов
30. Теорема о связи суммы степенного ряда с его коэффициентами
31. Определение ряда Тейлора (Маклорена) бесконечно дифференцируемой функции.
32. Достаточное условие сходимости ряда Тейлора (Маклорена).
33. Разложение в ряд Маклорена функций  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $(1+x)^a$ ,  $\exp(x)$ .
34. Ортогональные на отрезке системы функций (определения и пример тригонометрической системы).
35. Ряды и коэффициенты Фурье периодических функций с периодом  $2\pi$
36. Ряды и коэффициенты Фурье четных и нечетных периодических функций
37. Определение двойного интеграла.
38. Определение повторного интеграла.
39. Определение крив. ин-ла 1-го рода.
40. Определение крив. ин-ла 2-го рода
41. Определение поверхностного ин-ла 1-го рода
42. Определение поверхностного ин-ла 2-го рода
43. Формула Остроградского
44. Формула Стокса.

## Содержание экзаменационного билета

1 вопрос – фундаментальная теория (знать)

2 вопрос – фундаментальная теория (уметь)

3 вопрос – практическая задача (уметь + владеть)

Пример составления экзаменационного билета:

1 вопрос. Определение и геометрический смысл двойного интеграла. Свойства двойного интеграла.

2 вопрос. Признак сравнения сходимости числовых рядов с неотрицательными членами.

3 вопрос. Практическое задание: Решить ДУ 2-го порядка:  $y'' - y = x + 1$ .