

Государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования Московской области  
«Университет «Дубна»  
(государственный университет «Дубна»)

Филиал «Протвино»  
Кафедра «Общеобразовательные дисциплины»



УТВЕРЖДАЮ  
Директор  
/Евсиков А.А./  
подпись                      Фамилия И.О.  
« 17 » 09 2021 г.

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

Линейная алгебра и аналитическая геометрия  
*наименование дисциплины (модуля)*

Направление подготовки (специальность)  
03.03.02 Физика

*код и наименование направления подготовки (специальности)*

Уровень высшего образования  
бакалавриат

*бакалавриат, магистратура, специалитет*

Направленность (профиль) программы (специализация)  
«Медицинская физика»

Форма обучения  
очная

*очная, очно-заочная, заочная*

Протвино, 2021

Преподаватель (преподаватели):

Зюлько Т.Н., доцент, к.т.н., кафедра общеобразовательных дисциплин



\_\_\_\_\_  
(Фамилия И.О., должность, ученая степень, ученое звание, кафедра; подпись)

Рабочая программа разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) высшего образования

03.03.02 Физика


\_\_\_\_\_  
(код и наименование направления подготовки (специальности))

Программа рассмотрена на заседании кафедры общеобразовательных дисциплин

\_\_\_\_\_  
(название кафедры)

Протокол заседания № 1 от « 14 » 09 2021 г.


Заведующий кафедрой



Сытин А.Н.

\_\_\_\_\_  
(Фамилия И.О., подпись)

Согласовано

Заведующий кафедрой «Техническая физика»  Соколов А.А.

17.09.2021

Эксперт \_\_\_\_\_

(Ф.И.О., ученая степень, ученое звание, место работы, должность)

## Оглавление

<u>1 Место дисциплины в структуре ОПОП</u> .....	3
<u>2 Место дисциплины в структуре ОПОП</u> .....	3
<u>3 Планируемые результаты обучения по дисциплине</u> .....	4
<u>4 Объем дисциплины</u> .....	5
<u>5. Содержание дисциплины</u> .....	7
<u>6 Перечень учебно-методического обеспечения по дисциплине</u> .....	9
<u>7 Фонды оценочных средств по дисциплине</u> .....	10
<u>8 Ресурсное обеспечение</u> .....	11
<u>Приложение к рабочей программе дисциплины</u> .....	13

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины

Целью изучения дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», наряду с другими математическими и естественнонаучными дисциплинами, является усвоение студентами рационального понимания окружающего мира, навыков логического мышления, формирование способности к самостоятельному анализу и техническому творчеству. Все это является необходимой подготовкой студентов к теоретическому и практическому освоению профессиональных дисциплин.

Объектами профессиональной деятельности выпускника по профилю подготовки «Медицинская физика» в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки являются:

физические системы различного масштаба и уровней организации, процессы их функционирования;

физические, инженерно-физические, биофизические, химико-физические, медико-физические, природоохранные технологии;

физическая экспертиза и мониторинг.

Вместе с другими дисциплинами модуля «Математика» дисциплина «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» дает студентам необходимый аппарат для усвоения физики.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина Б1.0.10.2 «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» относится к модулю "Математика", который входит в цикл Б1.0.10 базовой части блока дисциплин учебного плана. Она является обязательной для освоения в 1,2 семестрах 1 курса.

Для успешного освоения данного курса студенты должны получить в средней школе хорошую подготовку в области элементарной математики: знать элементарные функции и их графики, уметь выполнять преобразования алгебраических и тригонометрических выражений, уметь решать алгебраические и тригонометрические уравнения.

Входящие компетенции ФГОС среднего общего образования:

- сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;
- сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;
- сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат;
- сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей;
- владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.

Дисциплина тесно связана с другими математическими курсами, такими как «Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Векторный и тензорный анализ», «Дифференциальные уравнения», «Теория функций комплексного переменного», «Интегральные уравнения и вариационное исчисление». В основном, все перечисленные дисциплины опираются на знания, полученные в курсе «Линейной алгебры и аналитической геометрии», но бывает и наоборот, так например, элементы

дифференциального исчисления привлекаются при изучении таких тем, как касательные к кривым, касательные плоскости к поверхностям, экстремумы квадратичных форм и т.п. Модуль "Математика", как единое целое, служит базой для всех дисциплин модулей "Общая физика" и "Теоретическая физика".

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

*Раздел заполняется в соответствии с картами компетенций.*

<b>Формируемые компетенции</b> (код и наименование)	<b>Индикаторы достижения компетенций</b> (код и формулировка)	<b>Планируемые результаты обучения по дисциплине</b>
<i>ОПК-1</i> – Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	<i>ОПК-1.1</i> --Применяет математические, естественнонаучные, социально-экономические и профессиональные знания для решения научно-исследовательских задач	Знать современные проблемы и новейшие достижения физики и медицины, современные достижения науки и передовой технологии.
	<i>ОПК-1.2</i> --Применяет системы и методы теоретических оценок и расчетов для экспериментов на ускорителях, реакторах и других ядерно-физических установок	Знать основные источники и методы получения профессиональной информации, направления научных исследований, лежащих в основе выполняемого физического эксперимента

### 4. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц, всего 288 часов, из них 136 часов составляет контактная работа обучающихся с преподавателем.

Вид занятий	Всего часов	Семестры	
		1	2
<b>Общая трудоемкость</b>	288	144	144
<b>Аудиторные занятия:</b>	136	68	68
Лекции	68	34	34
Практические занятия (ПЗ)	68	34	34
<b>Самостоятельная работа:</b>	71	31	40
Разбор лекций	30	15	15

Решение домашних заданий	41	16	25
<b>Контроль:</b>	81	45	36
<b>Вид промежуточной аттестации</b>		экзамен	экзамен

**5. Содержание дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»,  
структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества  
академических часов и виды учебных занятий**

**Семестр 1**

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Самостоятельная работа студ.
1	Векторная алгебра.	1	1,2,3	6	6		5
2	Координаты. Прямые и плоскости.	1	4,5,6	6	6		5
3	Кривые второго порядка.	1	7,8	4	4		5
4	Преобразования координат и их применение.	1	9,10,11	6	6		5
5	Определители и операции с матрицами.	1	12,13,14	6	6		5
6	Поверхности второго порядка.	1	15,16,17	6	6		6

**Семестр 2**

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)			
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Самостоятельная работа студ.
1	Ранг матрицы и методы его вычисления	2	1,2	4	4		5
2	Системы линейных уравнений.	2	3,4,5	6	6		6
3	Комплексные числа.	2	6,7	4	4		5
4	Линейные пространства.	2	8,9	4	4		5
5	Линейные операторы.	2	10,11,12	6	6		5
6	Евклидовы пространства	2	13,14	4	4		6
7	Квадратичные формы.	2	15,16,17	6	6		8

**Содержание разделов дисциплины**

1. Векторная алгебра

Понятие геометрического вектора. Линейные операции над векторами и их свойства. Понятие о линейной зависимости системы векторов. Основные теоремы о линейной зависимости. Коллинеарность векторов. Условие коллинеарности векторов. Геометрический смысл линейной зависимости для двух векторов. Компланарность. Геометрический смысл линейной зависимости для трех векторов. Определение базиса и координат векторов на

плоскости и в пространстве. Аффинные системы координат. Теорема о единственности разложения вектора по базису.

Скалярное произведение векторов. Его основные свойства. Выражение скалярного произведения через координаты сомножителей. Направляющие косинусы вектора и выражение их через координаты вектора. Длина вектора. Базис в декартовой прямоугольной системе координат. Геометрический смысл декартовых прямоугольных координат вектора. Проекция вектора на ось. Угол между векторами. Условие перпендикулярности двух векторов.

Векторное произведение, его основные свойства. Геометрический смысл векторного произведения. Выражение векторного произведения через координаты сомножителей. Двойное векторное произведение.

Смешанное произведение векторов, его геометрический смысл и основные свойства. Выражение смешанного произведения векторов через координаты сомножителей.

## 2. Координаты. Прямые и плоскости.

Декартовы прямоугольные системы координат. Полярная, цилиндрическая и сферическая системы координат. Деление отрезка в данном отношении, расстояние между двумя точками.

Прямая на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Угол между двумя прямыми на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости. Уравнение прямой в отрезках на плоскости. Параметрические уравнения прямой. Общее уравнение прямой на плоскости и его исследование. Уравнение пучка прямых на плоскости, проходящих через заданную точку. Уравнение прямой на плоскости, проходящей через заданную точку в заданном направлении. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки на плоскости. Нормальное уравнение прямой на плоскости. Приведение общего уравнения прямой на плоскости к нормальному виду. Расстояние от точки до прямой на плоскости.

Плоскость в трехмерном пространстве. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно заданному вектору. Общее уравнение плоскости и его частные случаи. Уравнение плоскости в отрезках. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Приведение общего уравнения плоскости к нормальному виду. Расстояние от точки до плоскости. Отклонение точки от плоскости.

Прямая в пространстве. Канонические и параметрические уравнения прямой линии в пространстве. Общее уравнение прямой в пространстве как линии пересечения двух плоскостей. Переход от общего уравнения к каноническим уравнениям. Угол между двумя прямыми в пространстве. Условия параллельности и перпендикулярности прямых в пространстве. Исследование взаимного расположения двух прямых в пространстве. Уравнение прямой в пространстве, проходящей через две данные точки.

Исследование взаимного расположения прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью. Условие параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.

## 3. Кривые второго порядка.

Определение линии второго порядка на плоскости. Геометрическое определение эллипса. Вывод канонического уравнения эллипса. Исследование формы эллипса. Фокусы, вершины, полуоси, эксцентриситет, директрисы и их свойства. Геометрическое определение гиперболы. Вывод канонического уравнения гиперболы. Исследование формы гиперболы. Фокусы, вершины, полуоси, эксцентриситет, директрисы, асимптоты и их свойства. Геометрическое определение параболы. Вывод канонического уравнения параболы. Исследование формы параболы. Фокус, эксцентриситет, параметр, директриса и их свойства. Уравнения эллипса, гиперболы и параболы в полярных координатах.

## 4. Преобразования координат и их применение.

Преобразование декартовой системы координат на плоскости. Перенос начала координат, поворот осей. Исследование уравнения линии второго порядка с помощью



поворота осей координат и переноса начала координат. Классификация линий второго порядка на плоскости. Преобразования декартовой системы координат в пространстве.

#### 5. Определители. Операции с матрицами.

Определители 2-го и 3-го порядков. Основные свойства. Инварианты уравнения линии 2-го порядка. Исследование уравнения линии 2-го порядка с помощью инвариантов.

Понятие перестановки. Инверсия, транспозиция, четность перестановки. Определитель  $n$ -порядка и общая формула его выражения. Свойства определителей  $n$ -порядка. Доказательство свойств. Теорема об определителе произведения двух матриц.

Понятие матрицы. Основные операции над матрицами и их свойства. Обратная матрица и ее свойства. Миноры и алгебраические дополнения элементов матрицы. Методы вычисления определителей. Теорема Лапласа.

#### 6. Поверхности второго порядка.

Поверхности второго порядка. Общий и канонический вид уравнений поверхностей второго порядка. Эллипсоид. Исследование формы методом сечений. Эллипсоид вращения. Однополостный гиперболоид. Исследование формы методом сечений. Однополостный гиперболоид вращения. Двуполостный гиперболоид. Исследование формы методом сечений. Двуполостный гиперболоид вращения. Эллиптический параболоид. Исследование формы методом сечений. Параболоид вращения. Гиперболический параболоид. Исследование формы методом сечений. Общее уравнение цилиндрических поверхностей второго порядка. Уравнения эллиптического, гиперболического и параболического цилиндров. Конусы второго порядка. Преобразования декартовых координат в пространстве. Инварианты уравнения поверхности 2-го порядка. Применение метода инвариантов к исследованию общего уравнения поверхности 2-го порядка.

#### 7. Ранг матрицы

Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре и следствия из нее. Элементарные преобразования матриц. Основные методы вычисления ранга матрицы.

#### 8. Системы линейных уравнений.

Понятие системы линейных уравнений и ее решения. Основные определения. Матричная запись системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Крамера. Решение системы с использованием обратной матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Однородные системы линейных алгебраических уравнений. Структура общего решения однородной системы. Фундаментальная система решений однородной системы линейных алгебраических уравнений. Структура общего решения совместной неоднородной системы линейных алгебраических уравнений. Метод последовательных исключений Гаусса.

#### 9. Комплексные числа.

Комплексные числа. Определение и свойства операций над комплексными числами. Геометрическое изображение комплексных чисел. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Возведение в степень и извлечение корня из комплексного числа.

Алгебраические многочлены, алгебраические уравнения и их корни. Основная теорема алгебры (теорема Гаусса) о корнях уравнения (без доказательства). Следствия из теоремы Гаусса. Теорема о сопряженных корнях многочлена. Разложение алгебраического многочлена на множители.

#### 10. Линейные пространства.

Линейные пространства. Определение и примеры. Понятия линейной зависимости и линейной независимости системы векторов, размерность и базис векторного пространства. Единственность разложения вектора по базису линейного векторного пространства. Матрица перехода от одного базиса линейного векторного пространства к другому. Преобразование координат вектора. Подпространства линейного векторного пространства. Линейные операторы.

Понятие линейного оператора. Матрица линейного оператора в заданном базисе линейного пространства. Связь между линейными операторами и квадратными матрицами.

Примеры. Операции над линейными операторами. Понятие оператора, обратного к линейному. Существование обратного оператора. Свойства обратного оператора.

Понятия ядра, образа, дефекта и ранга линейного оператора. Теорема о соотношении между размерностями ядра, образа линейного оператора и размерности линейного пространства. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису линейного пространства.

Характеристический многочлен, характеристическое уравнение. Инвариантные подпространства линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Спектр оператора. Существование собственных значений оператора. Диагонализуемость матрицы линейного оператора. Линейная независимость собственных векторов, соответствующих различным собственным значениям.

#### 11. Евклидовы пространства.

Евклидовы пространства. Определение и примеры. Длина вектора, угол между векторами в евклидовом пространстве. Неравенства Коши-Буняковского и треугольника. Матрица Грама. Ортонормированный базис в евклидовом пространстве. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.

Сопряженные операторы и их матрицы. Свойства сопряженных операторов. Самосопряженные операторы и их свойства. Ортогональность собственных векторов самосопряженного оператора, отвечающих различным собственным значениям.

#### 12. Квадратичные формы.

Линейные и билинейные формы. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Метод Лагранжа. Формулы Якоби. Закон инерции квадратичных форм. Сигнатура. Знакоопределённые квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Полуторалинейные и эрмитовы формы. Квадратичные формы в евклидовом (и унитарном) пространстве.

Основное упрощение уравнения поверхности 2-го порядка и приведение его к каноническому виду.

## **6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине и методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

### **7. Фонды оценочных средств по дисциплине**

Для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений поэтапным требованиям образовательной программы по дисциплине разработаны фонды оценочных средств, позволяющие оценить результаты обучения (знания, умения, навыки) и сформированные (формируемые) компетенции.

Эти фонды включают теоретические вопросы, типовые практические задания, контрольные работы, домашние работы, тесты, примерные темы курсовых работ (проектов) и критерии их оценивания и иные оценочные материалы, используемые при проведении процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Фонды оценочных средств представлены в приложении к рабочей программе.

При необходимости обучающиеся с ограниченными возможностями здоровья и инвалиды обеспечиваются оценочными материалами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

*Для лиц с нарушениями зрения:*

- в печатной форме увеличенным шрифтом,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

*Для лиц с нарушениями слуха:*

- в печатной форме,
- в форме электронного документа.

*Для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:*

- в печатной форме,
- в форме электронного документа,
- в форме аудиофайла.

## 8. Ресурсное обеспечение

### • Перечень основной и дополнительной учебной литературы

#### *Основная учебная литература*

1. Ильин, В.А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: Учебник./ В.А. Ильин, Ким Г.Д. - 3-е изд, перераб. и доп.- М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2008. - 395 с.: ил.
2. Шершнева В.Г. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии [Электронный ресурс]: Учебное пособие / В.Г. Шершнева. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 168 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (обложка) ISBN 978-5-16-005479-7 // ЭБС "Znaniium.com". - URL: <http://znaniium.com/bookread.php?book=455245> (дата обращения: 28.05.2021). Режим доступа: ограниченный по логину и паролю
3. Рудык Б.М. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Б.М. Рудык. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 318 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-16-004533-7 // ЭБС "Znaniium.com". - URL: <http://znaniium.com/bookread.php?book=460611> (дата обращения: 28.05.2021). Режим доступа: ограниченный по логину и паролю

#### *Дополнительная учебная литература*

1. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: Учебное пособие для вузов / Под ред. Н.В. Ефимова. — 17-е изд., стер. — СПб.: Изд-во «Профессия», 2006. — 2007с.: ил.
2. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. – 9-е изд. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. – 383 с.: ил. (Классический университетский учебник).
3. Соловьев, В.О. Курсовая работа по линейной алгебре и аналитической геометрии: учебно-методическое пособие / В.О. Соловьев. Дубна : Междунар. ун-т природы общества и человека «Дубна», 2010. – 40 с.
4. Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие [Электронный ресурс] / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 544 с.: 60x90 1/16. (переплет) ISBN 978-5-9776-0258-7 // ЭБС "Znaniium.com". - URL: <http://znaniium.com/bookread.php?book=438021> (дата обращения: 28.05.2021). Режим доступа: ограниченный по логину и паролю

### • Периодические издания

1. Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика: научный журнал / Учредитель: Московский государственный университет – М.: Издательство Московского университета – Журнал основан в 1977 году. – Полные электронные версии статей журнала представлены в в базе данных периодических изданий компании «East View»: <https://dlib.eastview.com/browse/publication/9166/udb/890>
2. Вестник Московского университета. Серия 01. Математика. Механика: научный журнал / Учредитель: Московский государственный университет – М.: Издательство Московского университета гл. ред. В.Н. Чубариков– Журнал основан в 1960 году. – Полные электронные версии статей журнала представлены в базе данных периодических изданий компании «East View»: <https://dlib.eastview.com/browse/publication/9045/udb/890>
3. Вестник московского государственного областного университета. серия: естественные науки / Учредитель Московский государственный областной университет Гл. ред.

П.Н. Хроменков. Журнал основан в 1998 году - Полные тексты статей на сайте <http://vestnik-mgou.ru/Series/NaturalScience>

- **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

*Электронно-библиотечные системы и базы данных*

1. Электронно-библиотечная система «Znanium.com»: <http://znanium.com/>
2. Электронно-библиотечная система «Лань»: <http://e.lanbook.com/>
3. ЭБС «Юрайт»: <https://biblio-online.ru/>
4. ЭБС «Университетская библиотека онлайн»: <http://biblioclub.ru/>
5. Научная электронная библиотека (ПУНЭБ): <http://elibrary.ru/defaultx.asp>
6. Национальная электронная библиотека (НЭБ): <http://нэб.рф/>
7. Базы данных российских журналов компании «East View»: <https://dlib.eastview.com/>

*Научные поисковые системы*

1. [Google Scholar](https://scholar.google.ru/) - поисковая система по научной литературе. Включает статьи крупных научных издательств, архивы препринтов, публикации на сайтах университетов, научных обществ и других научных организаций <https://scholar.google.ru/>
2. [SciGuide](http://www.prometeus.nsc.ru/sciguide/page0601.ssi) - навигатор по зарубежным научным электронным ресурсам открытого доступа. <http://www.prometeus.nsc.ru/sciguide/page0601.ssi>
3. [WorldWideScience.org](http://www.worldwide-science.org) - глобальная научная поисковая система, которая осуществляет поиск информации по национальным и международным научным базам данных и порталам.
4. [Math-Net.Ru](http://www.mathnet.ru/) - современная информационная система, предоставляющая российским и зарубежным математикам различные возможности поиска информации о математической жизни в России – <http://www.mathnet.ru/>
5. [ArXiv.org](http://arxiv.org) - научно-поисковая система, специализируется в областях: компьютерных наук, астрофизики, физики, математики, квантовой биологии.

*Профессиональные ресурсы сети «Интернет»*

- Федеральная информационная система «Единое окно доступа к информационным ресурсам»: <http://window.edu.ru/>
- Образовательный математический сайт EXponenta.ru <http://exponenta.ru/default.asp>
- Математический сайт Math.ru <http://math.ru/lib/>
- Сайт Российской Академии наук. Институт Вычислительной математики. <http://www.inm.ras.ru/library.htm>.

- **Описание материально-технической базы**

Лекционные и семинарские занятия со студентами проводятся в стандартно оборудованных аудиториях Филиала, имеющих все необходимые средства для проведения занятий. Для проведения численных расчётов при выполнении самостоятельных работ студентам предоставляется возможность работы в компьютерных классах на персональных компьютерах с использованием стандартного программного обеспечения. Дисциплина обеспечена необходимым программным обеспечением, которое находится в свободном доступе (программы Open office, Scilab, демо-версия POMforWIN).

## Приложение к рабочей программе дисциплины

### **Фонды оценочных средств**

В результате освоения дисциплины «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» программы бакалавров по направлению подготовки 03.03.02 «Физика» с учетом

направленности бакалаврской программы – «Медицинская физика» выпускник должен обладать следующими компетенциями:

Компетенция **ОПК-1** - Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.

*код и формулировка компетенции*

**Описание показателей и критериев оценивания компетенций, а также шкал оценивания**

**Компетенция ОПК-1 - Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.**

Индикатор достижения (код и наименование)	Критерии оценивания результатов обучения				
	1	2	3	4	5
ОПК-1.1. Применяет математические, естественнонаучные, социально-экономические и профессиональные знания для решения научно-исследовательских задач.	Отсутствие знаний	Не знает основные приемы, необходимые для использования математического аппарата линейной алгебры для решения исследовательских задач. Допускает множественные ошибки.	Удовлетворительно знает способы использования математического аппарата линейной алгебры и аналитической геометрии при решении исследовательских задач, но допускает неточности в формулировках.	Хорошо знает способы использования математического аппарата линейной алгебры и аналитической геометрии при решении исследовательских задач. Допускает незначительные ошибки.	Имеет четкое, целостное представление о способах использования математического аппарата данной дисциплины при решении задач в области физики и в смежных с ней дисциплинах, уверенно применяет эти знания для решения естественнонаучных задач. Не допускает ошибок.
ОПК-1.2. Применяет системы и методы теоретических оценок и расчетов для экспериментов на	Отсутствие знаний	Не знает физические и математические модели для теоретического и экспериментального	Знает удовлетворительно физические и математические модели для	Имеет представление о взаимосвязи теоретических и методологических основ смежных с	Глубоко и всесторонне знает методы исследования физических процессов и моделей с помощью векторной

ускорителях, реакторах и других ядерно-физических установок		исследования закономерностей в области физики и медицины с использованием методов линейной алгебры и аналитической геометрии	теоретического и экспериментального исследования закономерностей в области физики и медицины с использованием методов линейной алгебры и аналитической геометрии. Делает серьезные ошибки.	физикой математических дисциплин, может предложить примеры их использования в разных областях физики. Делает незначительные ошибки.	алгебры, систем линейных уравнений, методов аналитической геометрии. Не допускает ошибок.
---	--	--	--	---	---

Текущий контроль обеспечивается опросами студентов, выборочной проверкой выполнения домашних заданий и контрольными работами. В качестве промежуточной аттестации проводится экзамен в конце каждого семестра.





## Балльно-рейтинговая система

Максимальное количество баллов, которые студент может набрать за семестр –70 баллов (до 17 баллов за посещаемость, до 12 баллов за выполнение каждой из трех контрольных, с учетом качества выполнения, и до 17 баллов за активную работу на практических занятиях).

Если студент набрал в течение семестра не более 50 баллов, то он не допускается к экзамену.

Если студент набрал в течение семестра от 61 до 70 баллов, то он имеет право получить автоматическую оценку «удовлетворительно».

На экзамене студент может набрать до 30 баллов. Критерий оценки на экзамене — полнота и правильность ответа на вопросы билета.

Итоговая оценка «хорошо» ставится, если студент набрал от 71 до 85 баллов, «отлично» - если набрал от 86 до 100.

### Первый семестр

Обозначение	№ раздел а дисциплины	Содержание самостоятельной работы	Трудоемкость (часы)
<b>ПР-2-1</b>	1-2	Решение задач по теме «Векторная алгебра»	<b>11</b>
<b>ПР-2-2</b>	3-5	Решение задач по теме «Прямые и плоскости»	<b>10</b>
<b>ПР-2-3</b>	6-7	Решение задач по теме «Кривые и поверхности 2-го порядка»	<b>10</b>

### График выполнения самостоятельных работ студентами

Виды работ	Недели учебного процесса																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
ПР-2-1	ВЗ					ЗЗ											
ПР-2-2							ВЗ							ЗЗ			
ПР-2-3														ВЗ			ЗЗ

ВЗ – выдача задания

ЗЗ – защита задания

### Второй семестр

Обозначение	№ раздел а дисциплины	Содержание самостоятельной работы	Трудоемкость (часы)
<b>ПР-2-1</b>	1-2	Решение задач	<b>15</b>
<b>ПР-2-2</b>	3-5	Решение задач	<b>15</b>
<b>ПР-2-3</b>	6-7	Решение задач	<b>10</b>

### График выполнения самостоятельных работ студентами

Виды работ	Недели учебного процесса																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
ПР-2-1	ВЗ					33											
ПР-2-2							ВЗ							33			
ПР-2-3														ВЗ			33

### Экзамен

Максимальное количество баллов, которые студент может набрать за семестр –70 баллов (до 17 баллов за посещаемость, до 12 баллов за выполнение каждой из трех контрольных, с учетом качества выполнения, и до 17 баллов за активную работу на практических занятиях).

Если студент набрал в течение семестра не более 50 баллов, то он не допускается к экзамену.

Если студент набрал в течение семестра от 61 до 70 баллов, то он имеет право получить автоматическую оценку «удовлетворительно».

На экзамене студент может набрать до 30 баллов. Критерий оценки на экзамене — полнота и правильность ответа на вопросы билета.

Итоговая оценка «хорошо» ставится, если студент набрал от 71 до 85 баллов, «отлично» - если набрал от 86 до 100.

### Вопросы для подготовки к экзамену (1 семестр)

- 1) Геометрические векторы в пространстве. Линейные операции над векторами и их свойства.
- 2) Геометрический смысл линейной зависимости векторов.
- 3) Определение скалярного произведения векторов. Основные свойства скалярного произведения.
- 4) Выражение скалярного произведения через декартовы координаты сомножителей. Применения скалярного произведения к решению задач геометрии.
- 5) Векторное произведение, его геометрический смысл и основные свойства. Выражение векторного произведения через декартовы координаты сомножителей.
- 6) Применения векторного произведения к решению геометрических задач.
- 7) Смешанное произведение векторов, его геометрический смысл и основные свойства. Выражение смешанного произведения векторов через декартовы координаты сомножителей.
- 8) Применения смешанного произведения к решению геометрических задач.
- 9) Декартова система координат на плоскости и в пространстве. Ориентация. Правые и левые системы координат.
- 10) Различные формы записи уравнения прямой на плоскости.
- 11) Различные формы записи уравнения плоскости в 3-мерном пространстве.
- 12) Различные формы записи уравнения прямой в 3-мерном пространстве.
- 13) Исследование взаимного расположения двух прямых на плоскости.
- 14) Исследование взаимного расположения двух прямых в пространстве.
- 15) Исследование взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве.
- 16) Исследование взаимного расположения двух плоскостей в пространстве.
- 17) Геометрическое определение эллипса. Вывод канонического уравнения эллипса. Фокусы, вершины, эксцентриситет, директрисы эллипса.
- 18) Геометрическое определение гиперболы. Вывод канонического уравнения гиперболы. Фокусы, вершины, эксцентриситет, директрисы, асимптоты гиперболы.
- 19) Геометрическое определение параболы. Вывод канонического уравнения параболы. Фокус, вершина, эксцентриситет, директриса параболы.

- 20) Преобразования системы декартовых координат на плоскости. Перенос начала координат, поворот осей. Формулы перехода от одной декартовой системы координат на плоскости к другой.
- 21) Алгебраические линии 2-го порядка на плоскости. Матричная запись уравнения линии 2-го порядка. Классификация линий 2-го порядка и их канонические уравнения.
- 22) Упрощение общего уравнения линии 2-го порядка с помощью преобразований координат.
- 23) Инварианты уравнения линии 2-го порядка. Определение типа линии 2-го порядка и нахождение ее канонического уравнения с помощью инвариантов.
- 24) Определение алгебраической поверхности 2-го порядка в пространстве. Классификация поверхностей 2-го порядка и их канонические уравнения.
- 25) Определители произвольного порядка. Определение и методы вычисления.
- 26) Девять свойств определителей. Определитель произведения двух квадратных матриц.
- 27) Понятие матрицы. Сложение матриц. Умножение матрицы на число. Умножение матриц. Единичная матрица. Обратная матрица. Транспонирование матриц. Свойства операций над матрицами.

### **Вопросы для подготовки к экзамену (2 семестр)**

- 1) Ранг матрицы. Элементарные преобразования матриц. Приведение матрицы к ступенчатому виду.
- 2) Теорема о базисном миноре.
- 3) Обратная матрица: определение, свойства, методы вычисления.
- 4) Системы линейных алгебраических уравнений и методы их решения.
- 5) Теорема Крамера.
- 6) Теорема Кронекера-Капелли.
- 7) Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.
- 8) Метод исключения переменных Гаусса.
- 9) Комплексные числа. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Операция комплексного сопряжения. Сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел.
- 10) Геометрическое представление комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Возведение в целую степень и извлечение корня из комплексного числа.
- 11) Линейные пространства. Аксиоматическое определение и примеры.
- 12) Линейная зависимость и линейная независимость системы векторов, базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе.
- 13) Определение линейного оператора. Примеры. Матрица линейного оператора.
- 14) Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Спектр оператора. Линейная независимость собственных векторов, соответствующих различным собственным значениям.
- 15) Евклидовы пространства. Определение и примеры. Существование ортонормированного базиса в евклидовом пространстве.
- 16) Матрица Грама. Метод Грама-Шмидта для построения ортонормированного базиса.
- 17) Самосопряженные операторы и их свойства.
- 18) Линейные, билинейные и квадратичные формы.
- 19) Методы исследования знакоопределенности квадратичных форм.

### **Интерактивные формы проведения аудиторных занятий**

Семестр	Вид занятия	Используемые интерактивные образовательные технологии	Количество часов
1,2	Л	Практические тренинги: «Приведение общего уравнения кривой 2-го порядка к каноническому виду методом преобразования координат и методом инвариантов», «Приведение квадратичной формы к каноническому виду методами Лагранжа и Якоби», «Построение ортонормированного базиса методом Грама-Шмидта» и др.	7
	С	Практические тренинги: «Приведение общих уравнений прямой в пространстве к каноническому виду», «Нахождение ранга матрицы приведением ее к ступенчатому виду», «Разложение алгебраического многочлена на множители», «Основное упрощение общего уравнения поверхности 2-го порядка с помощью построения базиса из собственных векторов» и др.	7
	Итого:		14

### Образец варианта контрольной работы.

1. Решить систему уравнений методом Крамера и с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x + 2y + z = 5, \\ 2x - y + 3z = 0, \\ y + 4z = 2. \end{cases}$$

2. Пользуясь методом Жордано-Гаусса решить системы уравнений. Найти общее и базисное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 2, \\ x_1 + 2x_2 - x_4 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - 3x_4 = 2, \\ 4x_1 + x_3 - 7x_4 = 3, \\ 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 2x_4 = 3. \end{cases}$$

3. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

4. Решить уравнение  $AX = B$ .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

5. Найти: а) собственные значения линейного оператора; б) единичные собственные векторы, составляющие острый угол с осью  $Ox$ .

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Образец экзаменационного билета по аналитической геометрии.

1. Найти площадь треугольника с вершинами в точках  $A(-7;-6;-1)$ ,  $B(-6;4;-2)$ ,  $C(0;0;-1)$
2. Найти координаты точки пересечения с осью  $Ox$  плоскости, проходящей через точки  $A(-1;1;0)$ ,  $B(1;3;-1)$ ,  $C(2;-1;0)$
3. Найти координаты точки пересечения  $XOY$  с прямой, проходящей через точки  $A(-1;1;0)$ ,  $B(1;3;-1)$
4. Найти координаты проекции точки  $D(6;4;8)$  на плоскость, проходящую через точки  $A(2;0;0)$ ,  $B(0;3;0)$ ,  $C(1;0;3)$
5. Найти координаты проекции точки  $A(1;8)$  на прямую, проходящую через точки  $B(1;3)$ ,  $C(5;11)$
6. Найти координаты фокусов линии  $x^2 - 2y^2 + 2x + 4y - 3 = 0$ .
7. Найти точку пересечения с осью  $Ox$  прямой, проходящей через точки  $A(2;4)$ ,  $B(9;5)$
8. Найти скалярное произведение векторов  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ , заданных точками  $A(-7;-6;-1)$ ,  $B(-6;4;-2)$ ,  $C(0;0;1)$
9. Вычислить объём пирамиды, вершины которой находятся в точках  $A(1;5;3)$ ,  $B(1;2;2)$ ,  $C(2;4;2)$ ,  $D(0;-5;0)$

11. Вершины треугольника ABC имеют координаты  $A(1;2;2)$ ,  $B(3;4;1)$ ,  $C(1;6;5)$ .  
Найти параметрические уравнения высоты, медианы и биссектрисы,  
проведенных из вершины A.

