1

Государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования Московской области
«Университет «Дубна»
(государственный университет «Дубна»)

Филиал «Протвино»
Кафедра «Общеобразовательных дисциплин»

УТВЕРЖДАЮ
Директор
_____/Евсиков А.А./
подпись Фамилия И.О.
«28» 06 2019 г.

Рабочая программа дисциплины

Интегральные уравнения и вариационное исчисление
наименование дисциплины (модуля)

Направление подготовки (специальность)
03.03.02 Физика
код и наименование направления подготовки (специальности)

Уровень высшего образования
бакалавриат
бакалавриат, магистратура, специалитет

Направленность (профиль) программы (специализация)
«Медицинская физика»

Форма обучения
очная
очная, очно-заочная, заочная

Протвино, 2019

Преподаватель (преподаватели):
Соловьев В.О., профессор, д.ф.-м.н., кафедра “Общеобразовательных дисциплин”
Фамилия И.О., должность, ученая степень, ученое звание, кафедра; подпись

Рабочая программа разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) высшего образования
03.03.02 Физика
(код и наименование направления подготовки (специальности))

Программа рассмотрена на заседании кафедры “Общеобразовательных дисциплин”
(название кафедры)

Протокол заседания № 5 от «27» июня 2019 г.

Заведующий кафедрой _____ Сытин А.Н.
(Фамилия И.О., подпись)

СОГЛАСОВАНО

Зав. кафедрой «Техническая физика»_____ Соколов А.А.
(Фамилия И.О., подпись)

Эксперт _____
(Ф.И.О., ученая степень, ученое звание, место работы, должность)

Оглавление

1 Цели и задачи освоения дисциплины .....**Ошибка! Закладка не определена.**
2 Объекты профессиональной деятельности при изучении дисциплины **Ошибка! Закладка не опреде**
3 Место дисциплины в структуре ОПОП .....**Ошибка! Закладка не определена.**
4 Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)**Ошибка! Заклад**
5 Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**Ошибка! За**
6 Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и виды учебных занятий.....**Ошибка! Закладка не определена.**
7 Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине и методические указания для обучающихся по освоению дисциплины .....**Ошибка! Закладка не определена.**
8 Применяемые образовательные технологии для различных видов учебных занятий и для контроля освоения обучающимися запланированных результатов обучения**Ошибка! Закладка не опр**
9 Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине**Ошибка! Закладка не опр**
10 Ресурсное обспечение.....**Ошибка! Закладка не определена.**
11 Язык преподавания .....**Ошибка! Закладка не определена.**

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Код УЦ ООП	Учебные циклы и проектируемые результаты их освоения	Трудоемкость (зачетные единицы)	Коды формируемых компетенций
Б1.Б.9.5	Математический и естественнонаучный цикл. Базовая часть. Модуль «Математика» В результате изучения базовой части цикла студент должен **знать** основы теории интегральных уравнений и вариационного исчисления; **Уметь** использовать математический аппарат для освоения теоретических основ и практического использования физических методов; **Владеть** навыками использования математического аппарата для решения физических задач.	3	ОПК-2

Целью курса является овладение математическим аппаратом теории интегральных уравнений и вариационного исчисления, что необходимо для изучения студентом дисциплин модуля "Теоретическая физика" Б1.Б.12 («Теоретическая механика», «Механика сплошных сред», «Электродинамика» и т.д.).

Задачи освоения дисциплины:

- научиться решать интегральные уравнения с помощью точных и приближенных методов;
- научиться применять аппарат вариационного исчисления в задачах физики (в теоретической механике, электродинамике, механике сплошных сред и др.).
- научиться решать вариационные задачи, как путем сведения их к дифференциальным уравнениям, так и прямыми методами;
- приводить задачи физики к интегральным уравнениям или к задачам на нахождение экстремума функционала.

2. Объекты профессиональной деятельности при изучении дисциплины

Объектами профессиональной деятельности выпускников, освоивших программу бакалавриата, являются:

- физические системы различного масштаба и уровней организации, процессы их функционирования;
- физические, инженерно-физические, биофизические, химико-физические, медико-физические, природоохранительные технологии;
- физическая экспертиза и мониторинг.

3. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО бакалавриата

Дисциплина Б1.Б.9.7 «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» относится к базовой части блока дисциплин, модуль Б1.Б.9 «Математика».

Дисциплина Б1.Б.9.7 «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» опирается на знания, полученные при изучении курсов модуля Б1.Б.9 : «Линейная алгебра и аналитическая геометрия» и «Математический анализ». В результате изучения дисциплины студент должен быть подготовлен к обучению таким курсам как Б1.Б.13 «Уравнения математической физики», а также к дисциплинам модуля Б1.Б.12 «Теоретическая физика»: «Теоретическая механика», «Механика сплошных сред» «Электродинамика» и др.

Полученные знания необходимы студентам при решении научно-исследовательских задач в будущей профессиональной деятельности.

4. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Изучение дисциплины «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» направлено на формирование следующих общепрофессиональных компетенций: ОПК-2.

Формируемые компетенции ***(код компетенции, уровень (этап) освоения)*** *(последний – при наличии в карте компетенции)*	**Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций**
ОПК-2 –Способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей	*Знать* – математический аппарат, необходимый для решения профессиональных задач в области физики и смежных с ней дисциплин; – теоретические и методологические основы смежных с физикой математических дисциплин и способы их использования при решении конкретных физических задач. *Уметь* – решать типовые учебные задачи по основным разделам математических дисциплин; - применять полученные теоретические знания для самостоятельного освоения специальных разделов математики, необходимых в профессиональной деятельности; определять необходимость привлечения дополнительных знаний из специальных разделов математики для решения профессиональных задач; применять знания базовых математических дисциплин для анализа и обработки результатов физических экспериментов. *Владеть* - навыками самостоятельной работы с учебной литературой по базовым математическим дисциплинам; основной терминологией и понятийным аппаратом базовых математических дисциплин; навыками решения базовых математических задач. – Полученными знаниями на практике, а также при освоении других естественно-научных дисциплин; для составления математических моделей типовых задач с последующим их решением;

	– навыками использования теоретических основ базовых разделов математики при решении конкретных физических задач.

5. Объем дисциплины «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единицы, 108 часов, из них 51 час составляет контактная работа обучающихся с преподавателем и 57 часов – самостоятельная работа.

Вид работы	Трудоемкость, часов	
	3 семестр	Всего
Общая трудоемкость	**108**	**108**
Контактная работа обучающихся с преподавателем:	**51**	**51**
Лекции (Л)	34	34
Практические занятия (ПЗ)	17	17
Самостоятельная работа	**57**	**57**
Самоподготовка	23	23
Решение задач	34	34
Вид итогового контроля	**Экзамен**	**Экзамен**

6. Содержание дисциплины «Интегральные уравнения и вариационное исчисление», структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий

нование и краткое содержание ов и тем дисциплины (модуля) на промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе:									Само обу ча
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них[1]									
		Лекционные занятия	Семинарские занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	…	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др.)*	**Всего**	Выполнение домашних заданий
__III___ семестр											
во пространство и линейные	13	4		2						6	4
я Фредгольма второго рода	18	6		3						9	6
гурма-Лиувилля	17	6		2						8	6
я Вольтерра	17	6		2						8	6
о и некорректно поставленные	11	3		2						5	3
мые и достаточные условия а функционала	11	3		2						5	3
условный экстремум	11	3		2						5	3
фиксированной и свободной	10	3		2						5	3
ная аттестация___зачет с _____ *я форма проведения)***											
	108	34		17						51	34

7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине и методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические рекомендации преподавателю

В курсе «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» изучается математический аппарат для работы с очень широким кругом задач физики, включающим практически все её разделы. Наряду с дифференциальными уравнениями, интегральными уравнениями могут быть выражены различные физические законы и описаны разные физические явления. Преподавателю рекомендуется постоянно иллюстрировать математические теоремы и определения примерами из физики. Полезно также обращать внимание не только на точные решения, но и на возможности приближенных методов.

[1] Перечень видов учебных занятий уточняется в соответствии с учебным планом.

Особенно полезной будет демонстрация возможностей компьютерных вычислений и по возможности применение визуализации решений.
Промежуточный контроль усвоения студентами полученных знаний осуществляется в виде опросов и обсуждения решения предложенных задач. Итоговый контроль проводится в виде зачета с оценкой.

Методические указания студентам
При изучении курса «Интегральные уравнения и вариационное исчисление» студенты должны прослушивать лекции и решать задачи, предлагаемые преподавателем на семинарских занятиях и для домашней работы. Весьма желательно использовать методы визуализации решений на компьютере.
Самостоятельная работа должна быть систематической, ритмичной. Для подготовки к каждому практическому занятию студенту рекомендуется самостоятельно повторить материал предыдущей лекции. На решение домашних задач по теме практического занятия отводится две недели. Желательно решать несколько задач в течение недели.

8 Применяемые образовательные технологии для различных видов учебных занятий и для контроля освоения обучающимися запланированных результатов обучения

Обязательные виды аудиторной работы:
- прослушивание лекций (Л),
- ведение конспектов лекций (Л),
- решение задач на семинарских занятиях с помощью преподавателя (С),
- самостоятельное решение задач (С).

Обязательные виды самостоятельной (внеаудиторной) работы:
- повторение лекционного материала с использованием конспектов, компьютерных презентаций и учебников из списка основной литературы,
- подготовка и выполнение контрольных работ.

Самостоятельная работа студентов обеспечена следующими материалами:
- календарным планом занятий,
- выдачей заданий для самостоятельного решения,
- учебно-методическими материалами по основным разделам дисциплины в печатной (находятся в библиотеке) и электронной форме (передаются преподавателем).

Инновационные формы проведения учебных занятий

Семестр	Вид учебных занятий[2]	Используемые инновационные формы проведения учебных занятий	Количество академ. часов
III	Лекционные занятия	Обсуждения применения изучаемого математического аппарата к задачам физики	4
	Практические занятия	Групповое решение поставленных задач	4
	…		
		Всего:	8

[2] Перечень видов учебных занятий уточняется в соответствии с учебным планом.

9. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине

Компетенция
ОПК-2:
*Способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей*_____
код и формулировка компетенции

Планируемые результаты обучения (показатели освоения компетенции	**Критерии оценивания результатов обуче**			
	1	**2**	**3**	
Знать: математический аппарат, необходимый для решения профессиональных задач в области физики и смежных с ней дисциплин. **Код З1 (ОПК-2)**	Отсутствие знаний	Не знает основные приемы, необходимые для использования математического аппарата при решении задач в области физики и смежных с ней дисциплинах.	Имеет представление о способах использования математического аппарата при решении задач в области физики и в смежных с ней дисциплинах, но допускает неточности в формулировках.	Имеет пред способах и математиче аппарата п задач в области фи смежных с дисциплин
Знать: теоретические и методологические основы смежных с физикой математических дисциплин и способы их использования при решении конкретных физических задач. **Код З2 (ОПК-2)**	Отсутствие знаний	Не знает и не имеет общего представления о теоретических и методологических основах базовых и некоторых специальных разделов смежных с физикой математических дисциплин.	Имеет общее представление о теоретических и методологических основах базовых и некоторых специальных разделов математических дисциплин, может предложить отдельные примеры их использования при решении задач профессиональной деятельности.	Имеет пред взаимосвяз теоретичес методологи смежных с математиче дисциплин предложит использова областях ф
Уметь: решать типовые учебные задачи по основным разделам математических дисциплин. **Код У1 (ОПК-2)**	Отсутствие умений	Не умеет решать типовые задачи из базовых разделов математических дисциплин.	Умеет решать типовые задачи из базовых разделов математических дисциплин, но допускает отдельные ошибки.	Умеет реш комбиниро задачи из б разделов математиче дисциплин

Уметь: применять полученные теоретические знания для самостоятельного освоения специальных разделов математики, необходимых в профессиональной деятельности; определять необходимость привлечения дополнительных знаний из специальных разделов математики для решения профессиональных задач; применять знания базовых математических дисциплин для анализа и обработки результатов физических экспериментов. **Код У2 (ОПК-2)**	Отсутствие умений	Не умеет осваивать теоретический материал из отдельных специальных разделов математики. Не умеет использовать стандартные методики обработки результатов физических экспериментов.	Умеет осваивать теоретический материал из отдельных специальных разделов математики под руководством специалиста более высокой категории. Умеет использовать стандартные методики обработки результатов физических экспериментов, рекомендованные специалистом более высокой категории.	Способен самостояте типовые ме решения за отдельных разделов м допускает ошибки пр применени профессио деятельнос оценивать применимо стандартны анализа и с результато эксперимен ошибки в с случаях.
Владеть: навыками самостоятельной работы с учебной литературой по базовым математическим дисциплинам; основной терминологией и понятийным аппаратом базовых математических дисциплин; навыками решения базовых математических задач. **Код В1 (ОПК-2)**	Отсутствие владения	Не владеет основной терминологией и понятийным аппаратом базовых математических дисциплин; навыками самостоятельной работы с учебной литературой; навыками решения базовых задач по любым математическим дисциплинам.	Недостаточно владеет методами решения базовых математических задач; владеет навыками воспроизведения освоенного учебного материала по базовым математическим дисциплинам, в целом; плохо ориентируется в учебной математической литературе; недостаточно владеет навыками библиографического поиска.	Хорошо вл основной т и понятийн аппаратом математиче дисциплин применени базовых за математиче дисциплин навыками самостояте изучения о разделов у литературы математиче дисциплин ней ориент

Владеть: навыками использования теоретических основ базовых разделов математики при решении конкретных физических задач. **Код В2 (ОПК-2)**	Отсутствие владения	Не владеет навыками использования теоретических основ базовых разделов математики при решении конкретных физических и смежных задач.	Способен предложить примеры использования теоретических представлений отдельных разделов математики для решения задач профессиональной деятельности.	Владеет на применени теоретичес математиче при интерп результато взятой обла смежных д но допуска неточности

Контроль осуществляется в виде устных опросов по материалу лекций, проверки усвоения тем, вынесенных на самостоятельное изучение**,** разбора решений домашних задач, контрольных работ. По окончании курса проводитсяэкзамен.

Балльно-рейтинговая система

Максимальное количество баллов, которые студент может набрать за семестр – 83 балла:

- до 17 баллов за посещаемость;
- до 25 баллов за выполнение каждой из двух контрольных, с учетом качества выполнения,
- до 16 баллов за активную работу на практических занятиях.

Общая сумма баллов	Итоговая оценка
86-100	Отлично
71-85	Хорошо
51-70	Удовлетворительно
0-50	Неудовлетворительно

По результатам работы в семестре студент может получить автоматическую оценку «удовлетворительно» или «хорошо» и может экзамен не сдавать. При желании повысить свою оценку, студент имеет право отказаться от автоматической оценки и сдать экзамен.

Если студент не набрал минимального количества баллов (51 балл) в течение семестра, то он в обязательном порядке сдаёт зачет с оценкой.

Обозначение	№ раздела дисциплины	Содержание самостоятельной работы	Трудоемкость (часы)
ПР-2-1	1-5	Решение задач по теме «Интегральные уравнения»	20
ПР-2-2	6-8	Решение задач по темам «Вариационное исчисление»	14

График выполнения самостоятельных работ студентами

Виды работ	Недели учебного процесса																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
ПР-2-1	ВЗ											ЗЗ					
ПР-2-2													ВЗ				ЗЗ

ВЗ – выдача задания
ЗЗ – защита задания

Задание 1

Интегральные уравнения

Вариант 1

200, 209, 236, 26, 46, 116

Вариант 2

201, 210, 237, 27, 47, 117

Вариант 3

202, 211, 238, 28, 48, 118

Вариант 4

203, 212, 239, 29, 49, 119

Вариант 5

204, 213, 240, 20, 50, 120

Вариант 6

205, 214, 241, 31, 51, 121

Вариант 7

206, 215, 242, 32, 52, 122

Вариант 8

207, 216, 243, 33, 53, 123

Вариант 9

208, 217, 244, 34, 54, 124

Задание 2

Вариационное исчисление

Вариант 1

1, 12, 8 (из 2 части), 9 (из 3 части)

Вариант 2

4, 13, 7 (из 2 части), 8 (из 3 части)

Вариант 3

5, 14, 6 (из 2 части), 7 (из 3 части)

Вариант 4

6, 15, 5 (из 2 части), 6 (из 3 части)

Вариант 5

7, 16, 4 (из 2 части), 5 (из 3 части)

Вариант 6

8, 17, 3 (из 2 части), 4 (из 3 части)

Вариант 7

9, 18, 2 (из 2 части), 3 (из 3 части)

Вариант 8

10, 19, 1 (из 2 части), 2 (из 3 части)

Вариант 9

2, 11, 20, 1 (из 3 части)

Часть 1

1. Найти экстремали функционала

$$v[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} \frac{\sqrt{1+y'^2}}{y}\, dx.$$

2. Исследовать на экстремум функционал

$$v[y(x)] = \int (y^2 + 2xyy')\, dx; \quad y(x_0) = y_0; \quad y(x_1) = y_1.$$

3. Исследовать на экстремум функционал

$$v[y(x)] = \int_0^1 (xy + y^2 - 2y^2y')\, dx; \quad y(0) = 1; \quad y(1) = 2.$$

4. Найти экстремали функционала

$$v[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} y'(1 + x^2y')dx.$$

5. Найти экстремали функционала

$$v[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} (y'^2 + 2yy' - 16y^2)\, dx.$$

6. Найти экстремали функционала

$$v[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} (xy' + y'^2)\, dx.$$

7. Найти экстремали функционала

$$v[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} \frac{1+y^2}{y'^2}\, dx.$$

8. Найти экстремали функционала

$$v[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} (y^2 + y'^2 - 2y\sin x)\, dx.$$

9. Найти экстремали функционала

$$v[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} (16y^2 - y''^2 + x^2)\, dx.$$

10. Найти экстремали функционала

$$v[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} (2xy + y'''^2)\, dx.$$

11. Найти экстремали функционала

$$v[y(x), z(x)] = \int_{x}^{x_1} (2yz - 2y^2 + y'^2 - z'^2)\, dx.$$

12. Написать уравнение Остроградского для функционала

$$v[z(x, y)] = \iint_D \left[\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2\right] dx\, dy.$$

13. Написать уравнение Остроградского для функционала

$$v[u(x, y, z)] = \iiint_D \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + 2uf(x, y, z)\right] dx\, dy\, dz.$$

14. Найти экстремали функционала

$$v[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} \frac{y'^2}{x^3}\, dx.$$

15. Найти экстремали функционала

$$v[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} (y^2 + y'^2 + 2ye^x)\, dx.$$

16. Найти экстремали функционала

$$v[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} (y^2 - y'^2 - 2y \sin x)\, dx.$$

17. Найти экстремали функционала

$$v[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} \left[y^2 + (y')^2 + \frac{2y}{\operatorname{ch} x}\right] dx.$$

18. Найти экстремали функционала

$$v[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} [x^2 (y')^2 + 2y^2 + 2xy]\, dx.$$

19. Найти экстремали функционала

$$v[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} [(y'')^2 - 2(y')^2 + y^2 - 2y \sin x]\, dx.$$

20. Найти экстремали функционала

$$v[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} [(y''')^2 + y^2 - 2yx^3]\, dx.$$

Часть 2

1. Найти решение с одной угловой точкой в задаче о минимуме функционала

$$v[y(x)] = \int_0^4 (y' - 1)^2 (y' + 1)^2\, dx; \quad y(0) = 0; \quad y(4) = 2.$$

2. Существуют ли решения с угловыми точками в задаче об экстремуме функционала

$$v[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} (y'^2 + 2xy - y^2)\, dx; \quad y(x_0) = y_0; \quad y(x_1) = y_1.$$

3. Существуют ли решения с угловыми точками в задаче об экстремуме функционала

$$v[y(x)] = \int_0^{x_1} (y'^4 - 6y'^2)\, dx; \quad y(0) = 0; \quad y(x_1) = y_1.$$

4. Найти условие трансверсальности для функционала

$$v[y(x)] = \int_{x_0}^{x_1} A(x, y)\, e^{\operatorname{arctg} y'} \sqrt{1 + y'^2}\, dx, \quad A(x, y) \neq 0.$$

5. Пользуясь основным необходимым условием экстремума $\delta v = 0$, найти функцию, на которой может достигаться экстремум функционала

$$v[y(x)] = \int_0^1 (y''^2 - 2xy)\, dx; \quad y(0) = y'(0) = 0;$$

$$y(1) = \frac{1}{120}; \quad y'(1) \text{ — не задано.}$$

6. Найти кривые, на которых может достигаться экстремум функционала

$$v[y(x)] = \int_0^{10} y'^3\, dx; \quad y(0) = 0; \quad y(10) = 0,$$

при условии, что допустимые кривые не могут проходить внутри круга, ограниченного окружностью

$$(x - 5)^2 + y^2 = 9.$$

7. Найти функцию, на которой может достигаться экстремум функционала

$$v[y(x)] = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (y^2 - y'^2)\, dx; \quad y(0) = 0,$$

если другая граничная точка может скользить по прямой $x = \frac{\pi}{4}$.

8. Пользуясь лишь основным необходимым условием $\delta v = 0$, найти кривую, на которой может достигаться экстремум функционала

$$v[y(x)] = \int_0^{x_1} \frac{\sqrt{1 + y'^2}}{y}\, dx; \quad y(0) = 0,$$

если вторая граничная точка (x_1, y_1) может перемещаться по окружности $(x - 9)^2 + y^2 = 9$.

Часть 3

Исследовать на экстремум функционалы:

1. $v[y(x)] = \int\limits_0^2 (xy' + y'^2)\,dx; \quad y(0) = 1; \quad y(2) = 0.$

2. $v[y(x)] = \int\limits_0^a (y'^2 + 2yy' - 16y^2)\,dx; \quad a > 0; \quad y(0) = 0; \quad y(a) = 0.$

3. $v[y(x)] = \int\limits_{-1}^2 y'(1 + x^2y')\,dx; \quad y(-1) = 1; \quad y(2) = 4.$

4. $v[y(x)] = \int\limits_1^2 y'(1 + x^2y')\,dx; \quad y(1) = 3; \quad y(2) = 5.$

5. $v[y(x)] = \int\limits_{-1}^2 y'(1 + x^2y')\,dx; \quad y(-1) = y(2) = 1.$

6. $v[y(x)] = \int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} (4y^2 - y'^2 + 8y)\,dx; \quad y(0) = -1; \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0.$

7. $v[y(x)] = \int\limits_1^2 (x^2y'^2 + 12y^2)\,dx; \quad y(1) = 1; \quad y(2) = 8.$

8. $v[y(x)] = \int\limits_0^1 (y'^2 + y^2 + 2ye^{2x})\,dx; \quad y(0) = \frac{1}{3}; \quad y(1) = \frac{1}{3}e^2.$

9. $v[y(x)] = \int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} (y^2 - y'^2 + 6y\sin 2x)\,dx; \quad y(0) = 0; \quad y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1.$

10. $v[y(x)] = \int\limits_0^{x_1} \frac{dx}{y'}; \quad y(0) = 0; \quad y(x_1) = y_1; \quad x_1 > 0; \quad y_1 > 0.$

11. $v[y(x)] = \int\limits_0^{x_1} \frac{dx}{y'^2}; \quad y(0) = 0; \quad y(x_1) = y_1; \quad x_1 > 0; \quad y_1 > 0.$

12. $v[y(x)] = \int\limits_1^2 \frac{x^3}{y'^2}\,dx; \quad y(1) = 1; \quad y(2) = 4.$

13. $v[y(x)] = \int\limits_1^3 (12xy + y'^2)\,dx; \quad y(1) = 0; \quad y(3) = 26.$

14. $v[y(x)] = \int\limits_0^2 [y^2 + (y')^2 - 2xy]\,dx; \quad y(0) = 0; \quad y(2) = 3.$

Вопросы к экзамену по дисциплине «Интегральные уравнения и вариационное исчисление»

1) Классификация интегральных уравнений.
2) Примеры физических задач, приводящих к интегральным уравнениям.
3) Евклидовы, нормированные и метрические пространства.
4) Линейные операторы. Норма оператора. Примеры.
5) Непрерывные и вполне непрерывные операторы.
6) Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
7) Собственные векторы и собственные значения вполне непрерывного самосопряженного оператора.

8) Собственные функции однородного уравнения Фредгольма II рода.
9) Теорема Гильберта-Шмидта.
10) Повторные ядра.
11) Разложение по собственным функциям.
12) Теорема Мерсера.
13) Задача Штурма-Лиувилля.
14) Свойства собственных функций задачи Штурма-Лиувилля.
15) Неоднородное уравнение Фредгольма II рода с симметричным ядром.
16) Резольвента.
17) Теоремы Фредгольма.
18) Уравнения в виде свертки.
19) Существование и единственность решения уравнения Вольтерра II рода.
20) Резольвента для уравнения Вольтерра.
21) Применение преобразований Лапласа и Меллина.
22) Некорректно поставленные задачи. Уравнение Фредгольма I рода.
23) Сглаживающий функционал.
24) Приближенное решение уравнения Фредгольма I рода.
25) Численное решение интегральных уравнений.
26) Интегро-дифференциальные уравнения.
27) Вариационные принципы в физике.
28) Вариация функционала и вариационная производная.
29) Необходимое условие экстремума функционала.
30) Достаточные условия экстремума.
31) Задачи на условный экстремум.
32) Изопериметрические задачи.
33) Задачи с подвижными границами. Условия трансверсальности.
34) Прямые методы вариационного исчисления.
35) Инвариантные вариационные задачи. Теоремы Нётер.

Примеры задач для контрольной работы

Решить интегральные уравнения

116. $\int_0^x \cos(x-t)\varphi(t)\,dt = \sin x.$

117. $\int_0^x e^{x-t}\varphi(t)\,dt = \operatorname{sh} x.$

118. $\int_0^x (x-t)^{\frac{1}{2}}\varphi(t)\,dt = x^{\frac{5}{2}}.$

119. $\int_0^x e^{2(x-t)}\varphi(t)\,dt = \sin x.$

120. $\int_0^x e^{x-t}\varphi(t)\,dt = x^2.$

121. $\int_0^x \cos(x-t)\varphi(t)\,dt = x\sin x.$

122. $\int_0^x \operatorname{sh}(x-t)\varphi(t)\,dt = x^3e^{-x}.$

123. $\int_0^x J_0(x-t)\varphi(t)\,dt = \sin x.$

10 Ресурсное обеспечение

- **Перечень основной и дополнительной учебной литературы**

Основная учебная литература

1. Привалов, И. И. Интегральные уравнения [Электронный ресурс]: учебник для вузов / И. И. Привалов. — 4-е изд., стер. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 253 с. — (Серия : Авторский учебник). — ISBN 978-5-534-01552-2. // ЭБС "Юрайт". - URL: https://biblio-online.ru/book/184D6A5B-3B1F-4873-A671-8F16FFE489E7 (дата обращения: 08.04.2017). Режим доступа: ограниченный по логину и паролю
2. Болдырев, Ю. Я. Вариационное исчисление и методы оптимизации [Электронный ресурс]: учебное пособие для вузов / Ю. Я. Болдырев. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 240 с. — (Серия : Университеты России). — ISBN 978-5-534-01707-6. // ЭБС "Юрайт". - URL: https://biblio-online.ru/book/9ACC282C-3884-4D46-8397-EAF6AF1DD0FF(дата обращения: 08.04.2017). - Режим доступа: ограниченный по логину и паролю
3. Петровский И. Г. Лекции по теории интегральных уравнений [Электронный ресурс]/ И.Г. Петровский; Под ред. О.А. Олейник. - 5-е изд. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 136 с.: 84x108 1/32. - (Классика и современность. Математика). (переплет) ISBN 978-5-9221-1081-5 // ЭБС "Znanium.com". - URL: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=195465 (дата обращения: 08.04.2017). - Режим доступа: ограниченный по логину и паролю

Дополнительная учебная литература

1. Васильева, А.Б. Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс] / А.Б. Васильева, Г.Н. Медведев, Н.А. Тихонов. - М. : Физматлит, 2005. - 214 с. - ISBN 5-9221-0628-7. // ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=68123&sr=1 (дата обращения: 08.04.2017). - Режим доступа: ограниченный по логину и паролю
2. Индивидуальные задания по высшей математике: Комплексные числа. Неопределенные и определенные интегралы. Функции нескольких переменных.

Обыкновенные интегральные уравнения: Учебное пособие. В 4 ч. Ч. 2. / А.П. Рябушко, В.В. Бархатов, В.В. Державец, И.Е. Юруть; Под общ. ред. А.П. Рябушко. – 4-е изд. – Минск: Вышэйшая школа, 2009. – 396 с.: ил.

3. Краснов, М.Л. Вариационное исчисление: задачи и упражнения [Электронный ресурс] / М.Л. Краснов, Г.И. Макаренко, А.И. Киселев. - М. : Наука, 1973. - 191 с. ; // ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=455168 (дата обращения: 08.04.2017). - Режим доступа: ограниченный по логину и паролю
4. Краснов, М.Л. Интегральные уравнения: введение в теорию [Электронный ресурс] / М.Л. Краснов. - М. : Наука, 1975. - 303 с. : ил. ; // ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=457126 (дата обращения: 08.04.2017). - Режим доступа: ограниченный по логину и паролю
5. Смирнов, В.И. Курс высшей математики [Электронный ресурс]: учебное пособие / В.И. Смирнов. - Изд. 6-е, перераб. и доп. - М. : Наука, 1974. - Т. 4. - Ч. 1. - 336 с.; ЭБС "Университетская библиотека онлайн" - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459809 (дата обращения: 08.04.2017). - Режим доступа: ограниченный по логину и паролю

- **Периодические издания**

1. Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика: научный журнал / Учредитель: Московский государственный университет – М.: Издательство Московского университета – Журнал основан в 1977 году. – Полные электронные версии статей журнала представлены в в базе данных периодических изданий компании «East View»: https://dlib.eastview.com/browse/publication/9166/udb/890
2. Вестник Московского университета. Серия 01. Математика. Механика: научный журнал / Учредитель: Московский государственный университет – М.: Издательство Московского университета гл. ред. В.Н. Чубариков– Журнал основан в 1960 году. – Полные электронные версии статей журнала представлены в базе данных периодических изданий компании «East View»: https://dlib.eastview.com/browse/publication/9045/udb/890
3. Вестник Московского государственного областного университета. Серия: физика-математика: научный журнал / Учредитель Московский государственный областной университет Гл. ред. А.С. Бугаев. - Журнал основан в 1998 году – Сайт журнала: http://vestnik-mgou.ru/Series/PhysicsMathematics Полные электронные версии статей журнала доступны на сайте научной электронной библиотеки «eLIBRARY.RU»: https://elibrary.ru/title_about.asp?id=25657

- **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

Электронно-библиотечные системы и базы данных

1. ЭБС «Znanium.com»: http://znanium.com/
2. ЭБС «Лань»: https://e.lanbook.com/
3. ЭБС «Юрайт»: https://biblio-online.ru/
4. ЭБС «Университетская библиотека онлайн»: http://biblioclub.ru/
5. Научная электронная библиотека (РУНЭБ) «eLIBRARY.RU»: http://elibrary.ru
6. Национальная электронная библиотека (НЭБ): http://нэб.рф/
7. Базы данных российских журналов компании «East View»: https://dlib.eastview.com/

Научные поисковые системы

1. Google Scholar - поисковая система по научной литературе. Включает статьи крупных научных издательств, архивы препринтов, публикации на сайтах университетов, научных обществ и других научных организаций https://scholar.google.ru/
2. SciGuide - навигатор по зарубежным научным электронным ресурсам открытого доступа. http://www.prometeus.nsc.ru/sciguide/page0601.ssi
3. WorldWideScience.org - глобальная научная поисковая система, которая осуществляет поиск информации по национальным и международным научным базам данных и порталам. http://worldwidescience.org/
4. Math-Net.Ru - современная информационная система, предоставляющая российским и зарубежным математикам различные возможности поиска информации о математической жизни в России – http://www.mathnet.ru/
5. ArXiv.org - научно-поисковая система, специализируется в областях: компьютерных наук, астрофизики, физики, математики, квантовой биологии. http://arxiv.org/

Профессиональные ресурсы сети «Интернет»

1. Федеральная информационная система «Единое окно доступа к информационным ресурсам»: http://window.edu.ru/
2. Образовательный математический сайт EXPonenta.ru: http://exponenta.ru/default.asp
3. Математический сайт Math.ru: http://math.ru/lib/
4. Сайт РАН Институт Вычислительной математики: http://www.inm.ras.ru/

Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для проведения практических занятий используются мультимедиа-материалы (презентации, слайды, учебные видеофильмы и т.д.), в связи, с чем требуется оборудование зала видеопроектором, компьютером или ноутбуком, а также аудиоаппаратурой. Дисциплина обеспечена необходимым программным обеспечением, которое находится в свободном доступе (программы Open office).

11. Язык преподавания

Русский.