**Государственное бюджетное образовательное учреждение**
**высшего образования Московской области**
**«Университет «Дубна»**
**(государственный университет «Дубна»)**

Филиал «Протвино»
Кафедра «Общеобразовательные дисциплины»

УТВЕРЖДАЮ
Директор
_____ /Евсиков А.А./
*подпись* *Фамилия И.О.*
«30» 06 2019 г.

# Рабочая программа дисциплины (модуля)

Дифференциальные уравнения
*наименование дисциплины (модуля)*

Направление подготовки
03.03.02 Физика
*(указывается код и наименование направления подготовки)*

Направленность (профиль) образовательной программы
*Медицинская физика*

Программа академического бакалавриата

Квалификация
*Бакалавр*

Форма обучения
*Очная*

Протвино, 2019

Преподаватель (преподаватели):
Козловский Е.А., профессор, д.ф.-м.н., снс, кафедра общеобразовательных дисциплин
*Фамилия И.О., должность, ученая степень, ученое звание, кафедра; подпись*

Рабочая программа разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) высшего образования
03.03.02 Физика, профиль «Медицинская физика»
*(код и наименование направления подготовки (специальности))*

Программа рассмотрена на заседании кафедры общеобразовательных дисциплин
*(название кафедры)*

Протокол заседания № 5 от «27» июня 2019 г.

Заведующий кафедрой _____Сытин А.Н.

*(Фамилия И.О., подпись)*

СОГЛАСОВАНО

И.о. зав. кафедрой «Техническая физика»_____ Соколов А.А.
*(Фамилия И.О., подпись)*

Эксперт Брызгалов В.В. к.ф.-м.н., снс, НИЦ «Курчатовский институт»—ИФВЭ
*(Ф.И.О., ученая степень, ученое звание, место работы, должность)*

# Оглавление

1. Цели и задачи освоения дисциплины (модуля) ..... 4
2. Объекты профессиональной деятельности при изучении дисциплины (модуля) ..... 4
3. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ..... 4
4. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников) ..... 4
5. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся ..... 5
6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и виды учебных занятий ..... 6
7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю) и методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю) ..... 8
8. Применяемые образовательные технологии для различных видов учебных занятий и для контроля освоения обучающимися запланированных результатов обучения ..... 9
9. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) ..... 9
10. Ресурсное обеспечение ..... 17
11. Язык преподавания ..... 19

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины (модуля)

Целью курса «Дифференциальные уравнения» является освоение студентами основ теории дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений. С помощью дифференциальных уравнений описываются многие физические процессы, анализ характеристик и решений дифференциальных уравнений также стал одним из важнейших методов исследования объектов естественных и инженерно-технических наук. Одной из основных задач освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения» — подготовка студентов к изучению в дальнейшем курса теоретической физики. Успешное освоение дисциплины способствует развитию у студентов рационального понимания окружающего мира, навыков логического мышления, формированию способности к самостоятельному анализу и техническому творчеству. Все это необходимо для подготовки студентов к профессиональной деятельности

Задачи изучения дисциплины охватывают теоретические и практические аспекты подготовки будущего специалиста

## 2. Объекты профессиональной деятельности при изучении дисциплины (модуля)

Объектами профессиональной деятельности в рамках изучаемой дисциплины (модуля) являются: приобретение навыков создания и анализа математических моделей физических процессов и явлений, формирование способности к самостоятельному решению сложных математических задач.

## 3. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП

Дисциплина Б1.В.ОД.3 «Дифференциальные уравнения» относится к числу обязательных дисциплин вариативной части цикла блока дисциплин. Изучается в 3–м семестре 2–го курса.

Приступая к изучению дисциплины «Дифференциальные уравнения», студенты должны иметь твёрдые знания по предметам «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» и «Математический анализ».

После освоения дисциплины студент получает необходимые знания для продолжения изучения дисциплин естественнонаучного цикла: «Физика», «Теоретическая физика», «Волновые процессы», а также дисциплин профессионального цикла.

## 4. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

*Раздел заполняется в соответствии с картами компетенций.*

| **Формируемые компетенции** ***(код компетенции, уровень (этап) освоения)*** *(последний – при наличии в карте компетенции)* | **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций** |
|---|---|
| ОПК-2 – способность использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей | *Знать*<br>– основные понятия теории дифференциальных уравнений;<br>– способы задания основных физических законов с помощью дифференциальных уравнений;<br>– системы дифференциальных уравнений<br>– понятия устойчивости решений автономных динамических систем (АДС);<br>– характеристики точек покоя АДС.<br>*Уметь* *)<br>– решать обыкновенные дифференциальные урав- |

| | |
|---|---|
| | нения первого порядка в разделяющихся переменных;<br>– решать обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка методом изоклин;<br>– решать обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка методом вариации постоянной;<br>– решать уравнения Бернулли;<br>– решать однородные обыкновенные дифференциальные уравнения второго и более высокого порядка; характеристическое уравнение;<br>– решать специального вида неоднородные обыкновенные дифференциальные уравнения второго и более высокого порядка;<br>– решать неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка методом вариации постоянных.<br>*Владеть* *)<br>– техникой получения характеристического уравнения дифференциального уравнения и получения фундаментальной системы решений ДУ;<br>– методами интегрирования ДУ;<br>– составлением и вычислением определителей Вронского;<br>– навыками самостоятельного углубления полученных знаний с использованием различных источников. |

*) результат обучения сформулирован на основании требований профессиональных стандартов:

– «Специалист по научно-исследовательским и опытно-конструкторским разработкам» № 32 (приказ Министерства труда и социальной защиты РФ от 4 марта 2014 г. № 121н)

## 5. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Объем дисциплины (модуля) составляет 4 зачетные единицы, всего 144 часов, из которых:

**68 час составляет контактная работа обучающихся с преподавателем**[1]:

34 часа – лекционные занятия;

34 часа – практические занятия.

_____ часов – мероприятия текущего контроля успеваемости[2];

**<u>36</u> часов – мероприятия промежуточной аттестации[4] (экзамен),**

**40 часов составляет самостоятельная работа обучающихся**.

[1] Перечень видов учебных занятий уточняется в соответствии с учебным планом.

[2] В скобках необходимо сделать уточнение, если мероприятия текущего контроля успеваемости и (или) промежуточной аттестации (например, зачет, дифференцированный зачет) проводятся в рамках занятий семинарского типа, групповых или индивидуальных консультаций.

## 6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и виды учебных занятий

| Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля)<br><br>Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) | Всего (часы) | В том числе: | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы** из них[3] | | | | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы,** из них | | |
| | | Лекционные занятия | Семинарские занятия | Практические занятия | Лабораторные занятия | … | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др.)* | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератов и т.п. | **Всего** |
| **III семестр** | | | | | | | | | | | | | |
| **Раздел 1. Введение.** Основные понятия и определения, используемые в курсе «Дифференциальные уравнения». Порядок ОДУ, общее и частное решения ОДУ, задача Коши. | | 2 | | 2 | | | | | | 4 | | 30 | 30 |
| **Раздел 2. Дифференциальные уравнения первого порядка.** ОДУ с разделенными и разделяющимися переменными. Интегралы ОДУ первого порядка. ОДУ, приводимые к уравнениям с разделяющимися переменными. Замена переменных. Метод вариации постоянной. Уравнения в полных дифференциалах. Метод интегрирующего множителя. | | 8 | | 8 | | | | | | 16 | | | |
| **Раздел 3. Теоремы существования и единственности решения ОДУ.** Общие понятия о теореме существования и единственности решений ОДУ. Особые решения, способы обнаружения особого множества и его анализ для выделения особых решений. | | 2 | | 2 | | | | | | 4 | | | |

[3] Перечень видов учебных занятий уточняется в соответствии с учебным планом.

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Раздел 4. ОДУ порядка выше первого.** Типы ОДУ, для которых возможно понижение порядка дифференциального уравнения. Однородные и неоднородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Уравнения Эйлера. | | 8 | | 8 | | | | | | 16 | | | |
| **Раздел 5. Решение ОДУ с помощью рядов и функции Грина.** Метод неопределенных коэффициентов. Представление решений ОДУ в виде степенных рядов, обобщенных степенных рядов и рядов Фурье. Примеры, иллюстрирующие алгоритм построения функции Грина, основные принципы ее построения. Частные решения, найденные с помощью функции Грина. | | 2 | | 2 | | | | | | 4 | | | |
| **Раздел 6. Системы дифференциальных уравнений.** Основные понятия. Интегрирование систем ДУ сведением их к одному уравнению более высокого порядка. Системы ДУ с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение, фундаментальная система решений системы ДУ. Ведение в теорию устойчивости автономных динамических систем. | | 6 | | 6 | | | | | | 12 | | 10 | 10 |
| **Раздел 7. Введение в операционный метод.** Основные понятия. Интегрирование ДУ и систем ДУ с помощью операционного исчисления. | | 2 | | 2 | | | | | | 4 | | | |
| **Раздел 8. Уравнения в частных производных первого порядка.** Основные понятия. Интегрирование линейных уравнений первого порядка. | | 4 | | 4 | | | | | | 8 | | | |
| Промежуточная аттестация <u>экзамен</u> *(указывается форма проведения)*** | 36 | | | | | | | | | | | | |
| **Итого** | | 34 | | 34 | | | | | | 68 | | 40 | 40 |

**Текущий контроль успеваемости может быть реализован в рамках занятий семинарского типа, групповых или индивидуальных консультаций.*

*** Промежуточная аттестация может проходить как в традиционных форма (зачет, экзамен), так и в иных формах: балльно-рейтинговая система, защита портфолио, комплексный экзамен, включающий выполнение практических заданий (возможно наряду с традиционными ответами на вопросы по программе дисциплины (модуля)).*

## 7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю) и методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)

### Методические указания к практическим занятиям

Последовательное решение практических задач по темам:

1. Основные характеристики заданного ОДУ в рамках принятой терминологии.
2. Выводы дифференциальных уравнений для некоторых физических процессов.
3. Основные методы решения ОДУ первого порядка: разделение переменных, замена переменных, вариация постоянной и др.
4. Решение классических ОДУ (Бернулли, Клеро, Эйлера и др.).
5. Решения ОДУ второго порядка: замена переменных, вариация постоянных и др.
6. Уравнение в полных дифференциалах.
7. Метод интегрирующего множителя; необходимое и достаточное условие существования интегрирующего множителя.
8. Решение линейных однородных ДУ с постоянными коэффициентами.
9. Решение уравнения Эйлера.
10. Характеристическое уравнение, фундаментальная система решений ДУ.
11. Решение линейных неоднородных ДУ, где правая часть полином некоторой степени от независимой переменной.
12. Решение линейных неоднородных ДУ, где правая часть сумма тригонометрических функций независимой переменной.
13. Решение линейных неоднородных ДУ, где правая часть экспоненциальные функции независимого переменного.
14. Решение систем линейных ДУ методом сведения к одному уравнению более высокого порядка.
15. Нахождение интегрируемых комбинаций.
16. Решение систем линейных ДУ с постоянными коэффициентами методом собственных значений определяющей матрицы.
17. Решение ДУ с помощью степенных рядов.
18. Приближенные методы решения систем ДУ.
19. Анализ устойчивости точки покоя автономных динамических систем, описываемх двумя уравнениями.

### Образец варианта аудиторной контрольной работы по теме - ОДУ

Вариант 1: Найти решения ОДУ и системы ДУ

1. $y' = \dfrac{\left(x^2+1\right)}{\cos y}$ . 2. $y'' - \dfrac{y'}{x+1} = 3x+3$. 3. $y'' + y = \sin(x)$.

4. $y'' + 2y' + y = 4\sin x$. 5. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x - 2y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + 2y. \end{cases}$

На практических домашних и аудиторных занятиях студенты приобретают навыки решения задач по темам «Дифференциальные уравнения первого порядка», «Дифференциальные уравнения второго порядка и выше» и др. Домашние задания формируются на основе соответствующих разделов задачников (см. список литературы).
Кроме индивидуальных самостоятельных контрольных работ ПР-2 предусмотрены и общие для всех домашние задания (ДЗ), темы которых соответствуют темам практических занятий. Объём каждого такого ДЗ составляет примерно 2 ч. самостоятельной работы в неделю. Для контроля выполнения ДЗ производится выборочный опрос студентов. В случае неуспеваемости студента контроль выполнения ДЗ становится постоянным. Кроме того, наличие всех ДЗ, не говоря о контрольных работах ПР-2, проверяется на экзамене. Индивидуальные домашние задания для самостоятельной работы составляются на основе сборников типовых расчетов (см. Список дополнительной литературы).

## 8. Применяемые образовательные технологии для различных видов учебных занятий и для контроля освоения обучающимися запланированных результатов обучения

*Перечень обязательных видов учебной работы студента:*

- *посещение лекционных занятий;*
- *ответы на теоретические вопросы на практических занятиях;*
- *решение практических задач и заданий на практических занятиях;*
- *выполнение контрольных работ.*

## 9. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

- Перечень компетенций выпускников образовательной программы с указанием результатов обучения (знаний, умений, владений), характеризующих этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования.

ОПК-2: способностью использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей.[4]

*код и формулировка компетенции*

[4] Данная таблица заполняется по каждой компетенции, формирование которой предусмотрено рабочей программой дисциплины (модуля), отдельно.

– Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций

| **Планируемые результаты обучения** (показатели освоения компетенции | **Критерии оценивания результатов обучения** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **Знать:** математический аппарат, необходимый для решения профессиональных задач в области физики и смежных с ней дисциплин. **Код З1 (ОПК-2)** | Отсутствие знаний | Не знает основные приемы, необходимые для использования математического аппарата при решении задач в области физики и смежных с ней дисциплинах. | Имеет представление о способах использования математического аппарата при решении задач в области физики и в смежных с ней дисциплинах, но допускает неточности в формулировках. | Имеет представление о способах использования математического аппарата при решении задач в области физики и в смежных с ней дисциплинах. | Имеет четкое, целостное представление о способах использования математического аппарата при решении задач в области физики и в смежных с ней дисциплинах. |
| **Знать:** теоретические и методологические основы смежных с физикой математических дисциплин и способы их использования при решении конкретных физических задач. **Код З2 (ОПК-2)** | Отсутствие знаний | Не знает и не имеет общего представления о теоретических и методологических основах базовых и некоторых специальных разделов смежных с физикой математических дисциплин. | Имеет общее представление о теоретических и методологических основах базовых и некоторых специальных разделов математических дисциплин, может предложить отдельные примеры их использования при решении задач профессиональной деятельности. | Имеет представление о взаимосвязи теоретических и методологических основ смежных с физикой математических дисциплин, может предложить примеры их использования в разных областях физики. | Имеет представление о взаимосвязи теоретических и методологических основ смежных с физикой математических дисциплин, может предложить способ их использования при решении конкретной физической задачи. |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Уметь:**<br>решать типовые учебные задачи по основным разделам математических дисциплин.<br>**Код У1 (ОПК-2)** | Отсутствие умений | Не умеет решать типовые задачи из базовых разделов математических дисциплин. | Умеет решать типовые задачи из базовых разделов математических дисциплин, но допускает отдельные ошибки. | Умеет решать комбинированные задачи из базовых разделов математических дисциплин. | Умеет решать задачи повышенной сложности из базовых разделов математических дисциплин. |
| **Уметь:**<br>применять полученные теоретические знания для самостоятельного освоения специальных разделов математики, необходимых в профессиональной деятельности;<br>определять необходимость привлечения дополнительных знаний из специальных разделов математики для решения профессиональных задач;<br>применять знания базовых математических дисциплин для анализа и обработки результатов физических экспериментов.<br>**Код У2 (ОПК-2)** | Отсутствие умений | Не умеет осваивать теоретический материал из отдельных специальных разделов математики. Не умеет использовать стандартные методики обработки результатов физических экспериментов. | Умеет осваивать теоретический материал из отдельных специальных разделов математики под руководством специалиста более высокой категории. Умеет использовать стандартные методики обработки результатов физических экспериментов, рекомендованные специалистом более высокой категории. | Способен самостоятельно освоить типовые методы решения задач из отдельных специальных разделов математики, но допускает отдельные ошибки при их применении в профессиональной сфере деятельности. Умеет оценивать условия применимости стандартных методик анализа и обработки результатов физического эксперимента, допуская ошибки в отдельных случаях. | Умеет применять и обосновать необходимость привлечения сведений из дополнительных разделов математики и ранжировать их по степени значимости для решения поставленной задачи (необходимые, вспомогательные, иллюстративные и др.). Способен самостоятельно освоить основные теоретические положения и типовые методы решения задач из отдельных специальных разделов математики. Умеет оценивать адекватность и физическую корректность моделей, используемых при обработке результатов физического эксперимента. |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| **Владеть:**<br>навыками самостоятельной работы с учебной литературой по базовым математическим дисциплинам;<br>основной терминологией и понятийным аппаратом базовых математических дисциплин;<br>навыками решения базовых математических задач.<br>**Код В1 (ОПК-2)** | Отсутствие владения | Не владеет основной терминологией и понятийным аппаратом базовых математических дисциплин; навыками самостоятельной работы с учебной литературой; навыками решения базовых задач по любым математическим дисциплинам. | Недостаточно владеет методами решения базовых математических задач; владеет навыками воспроизведения освоенного учебного материала по базовым математическим дисциплинам, в целом; плохо ориентируется в учебной математической литературе;<br>недостаточно владеет навыками библиографического поиска. | Хорошо владеет основной терминологией и понятийным аппаратом базовых математических дисциплин; навыками применения решения базовых задач по математическим дисциплинам; владеет навыками самостоятельного изучения отдельных разделов учебной литературы по базовым математическим дисциплинам и хорошо в ней ориентируется. | Свободно владеет основной терминологией и понятийным аппаратом базовых математических дисциплин, что позволяет формулировать выводы и участвовать в дискуссии по учебным вопросам базовых физических дисциплин; уверено владеет техникой решения усложненных задач по базовым математическим дисциплинам; легко ориентируется в учебной литературе по базовым математическим дисциплинам и владеет навыками критического анализа учебной информации. |
| **Владеть:**<br>навыками использования теоретических основ базовых разделов математики при решении конкретных физических задач.<br>**Код В2 (ОПК-2)** | Отсутствие владения | Не владеет навыками использования теоретических основ базовых разделов математики при решении конкретных физических и смежных задач. | Способен предложить примеры использования теоретических представлений отдельных разделов математики для решения задач профессиональной деятельности. | Владеет навыками применения теоретических и математических моделей при интерпретации результатов в отдельно взятой области физики и смежных дисциплинах, но допускает отдельные неточности. | Владеет навыками применения теоретических и математических моделей при планировании работ в профессиональной сфере деятельности и грамотной интерпретации полученных результатов. |

– Описание шкал оценивания.

Оценка качества работы в рейтинговой системе является накопительной и используется для оценивания системной работы студентов в течение всего периода обучения.
По итогам работы в семестре студент может получить максимально **70** баллов. Итоговой формой контроля в III семестре является экзамен.
В течение III семестра студент может набрать баллы за следующие виды работ:

| № | Вид работы | Сумма баллов |
|---|---|---|
| 1 | Работа на практических занятиях | 13 |
| 2 | Аудиторные контрольные | 6 |
| 3 | Контрольная работа (ПР-2.1) | 12 |
| 4 | Контрольная работа (ПР-2.2) | 22 |
| 5 | Аудиторные занятия (посещение) | 17 |
| 6 | ЭКЗАМЕН | 30 |
| | Итого: | 100 |

Текущий контроль успеваемости осуществляется в процессе выполнения практических и самостоятельных работ в соответствии с ниже приведенным графиком.

**График выполнения самостоятельных работ студентами в III-м семестре**

| Виды работ | Недели учебного процесса | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| ПР-2.1 | | | | | | ВЗ | | | | ЗЗ | | | | | | | |
| ПР-2.2 | | | | | | | | | | | ВЗ | | | | | ЗЗ | |

ВЗ – выдача задания
ЗЗ – защита задания

– Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.

**Тематика самостоятельных контрольных работ студентов ПР-2**

| **Обозначение** | **№ раздела дисциплины** | **Наименование самостоятельных работ** | **К-во часов** |
|---|---|---|---|
| ПР-2.1 | 1-3 (3 семестр) | Контрольная работа по теме «Дифференциальные уравнения первого порядка» (*индивидуальное задание для каждого студента).* | 20 |
| ПР-2.2 | 4,6 (3 семестр) | Контрольная работа по теме «Дифференциальные уравнения второго порядка и выше. Системы ДУ» *(индивидуальное задание для каждого студента).* | 20 |

## Типичный вариант самостоятельной контрольной работы ПР-2.1 по теме «Дифференциальные уравнения первого порядка»

*Вариант 1*

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $y' = \dfrac{(x^2+1)}{\cos y}$.
2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 5\dfrac{y}{x} + 3$.
3. Найти решение дифференциального уравнения $y' + y\mathrm{tg}x = 2x\cos x$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=1$.
4. Найти решение дифференциального уравнения $y' + y = 2e^{-x}y^2$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=1$.
5. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - \dfrac{y'}{x+1} = 3x + 3$.
6. Найти решение дифференциального уравнения $y'' + 2\sin y\cos^3 y = 0$, удовлетворяющее начальным условиям $y(1)=0$, $y'(1)=1$.
7. Найти решение дифференциального уравнения $(x-y)dx - x^2dy = 0$.
8. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' + 8y = 8x^2 - 12x + 2$.
9. Найти решение дифференциального уравнения $y' - 12y = (5x-6)e^x - 4e^{2x}$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 0$.
10. Найти общее решение дифференциального уравнения
$$y'' + 2y' = 4\sin x.$$

*Вариант 2*

1. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $y' = \mathrm{tg}x\mathrm{tg}y$.
2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения $y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 5\dfrac{y}{x} + 4$.
3. Найти решение дифференциального уравнения $y' - 2xy = 2x^2e^{x^2}$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=0$.
4. Найти общее решение дифференциального уравнения $y' + y = e^{-x}y^2$, удовлетворяющее начальному условию $y(0)=2$.
5. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - \dfrac{y'}{x+1} = 8(x+1)^2$.
6. Найти решение дифференциального уравнения $y'' = 2y^3$, удовлетворяющее начальным условиям $y(1)=1$, $y'(1) = 1$.
7. Найти решение дифференциального уравнения $y'' + y' = \dfrac{e^{-x}}{\sin x}$.
8. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 6y' = 8x - 6$.

9. Найти решение дифференциального уравнения $y'' + 8y' = (21x - 10)e^x + 4e^{-2x}$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 0,\ y'(0) = 0$.

10. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' = 4\cos x$.

## Типичные варианты самостоятельной контрольной работы ПР-2.2 по теме «Дифференциальные уравнения второго порядка и выше. Системы ДУ»

*Вариант 1*

1. Найти решение дифференциального уравнения $y'' + y = \dfrac{1}{\sin x}$, удовлетворяющее начальным условиям $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0,\quad y'\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{\pi}{2}$.

2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 6y' + 8y = 8x^2 - 12x + 2$.

3. Найти решение дифференциального уравнения $y'' - 8y' + 12y = (5x - 6)e^x - 4e^{2x}$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 0,\ y'(0) = 0$.

4. Найти общее решение дифференциального уравнения
$$y'' + 2y' + y = 4\sin x.$$

5. Найти общее решение дифференциального уравнения $y''' - y'' - y' + y = x^3 - 3x^2 - 6x + 6$.

6. Найти решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x - 2y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -x + 2y, \end{cases}$ удовлетворяющее начальным условиям x(0)=1, *y*(0)=1. Исследовать на устойчивость точку покоя (0,0).

*Вариант 2*

1. Найти решение дифференциального уравнения $y'' + 4y = \dfrac{1}{\sin 2x}$, удовлетворяющее начальным условиям $y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0,\quad y'\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{\pi}{2} + 1$.

2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 6y' + 8y = 8x - 6$.

3. Найти решение дифференциального уравнения $y'' + 8y' + 12y = (21x - 10)e^x + 4e^{-2x}$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 0,\ y'(0) = 0$.

4. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' + 2y' + y = 4\cos x$.

5. Найти общее решение дифференциального уравнения $y''' - y'' - y' + y = x^2 - 2x - 2$.

6. Найти решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x - y, \\ \dfrac{dy}{dt} = 3x - 2y, \end{cases}$ удовлетворяющее начальным условиям x(0)=1, *y*(0)=1. Исследовать на устойчивость точку покоя (0,0).

– Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Процедура промежуточной аттестации проходит в соответствии с «Положением балльно-рейтинговой системе оценки и текущем контроле успеваемости студентов», а также «Положением о промежуточной аттестации» университета «Дубна».

**Итоговой формой контроля в 3–м семестре является экзамен.** Максимальное количество баллов, которые студент может набрать за семестр –70 баллов (до 17 баллов за посещаемость лекций, до 40 баллов за выполнение всех контрольных (аудиторных и двух ПР-2), с учетом качества выполнения, и до 13 баллов за активную работу на практических занятиях).

Если студент набрал в течение семестра не более 50 баллов, то он не допускается к экзамену.

Если студент набрал в течение семестра от 61 до 70 баллов, то он имеет право получить автоматическую оценку «удовлетворительно».

На экзамене студент может набрать до 30 баллов. Критерий оценки на экзамене — полнота и правильность ответа на вопросы билета.

Итоговая оценка «хорошо» ставится, если студент набрал от 71 до 85 баллов, «отлично» - если набрал от 86 до 100.

**Список вопросов к экзамену**

1. Основные характеристики заданного ОДУ ; принятая терминология.
2. Выводы дифференциальных уравнений для некоторых физических процессов.
3. Основные методы решения ОДУ первого порядка: разделение переменных.
4. Замена переменных, позволяющая привести некоторые уравнения к ДУ в разделенных переменных.
5. Решение ОДУ первого порядка с помощью вариации постоянной.
6. Решение классических ОДУ (Бернулли, Клеро, Эйлера и др.).
7. Решения ОДУ второго порядка: замена переменных.
8. Решение ОДУ второго порядка и выше: вариация постоянных.
9. Уравнение в полных дифференциалах.
10. Метод интегрирующего множителя; необходимое и достаточное условие существования интегрирующего множителя.
11. Решение линейных однородных ДУ с постоянными коэффициентами и уравнения Эйлера.
12. Решение линейных неоднородных ДУ, где правая часть полином некоторой степени от независимой переменной.
13. Решение линейных неоднородных ДУ, где правая часть сумма тригонометрических функций независимой переменной.
14. Решение линейных неоднородных ДУ, где правая часть экспоненциальные функции независимого переменного.
15. Решение систем линейных ДУ методом сведения к одному уравнению более высокого порядка.
16. Нахождение интегрируемых комбинаций.
17. Решение систем линейных ДУ с постоянными коэффициентами методом собственных значений определяющей матрицы.
18. Решение ДУ с помощью степенных рядов.
19. Приближенные методы решения систем ДУ.
20. Анализ устойчивости точки покоя автономных динамических систем, описываемых двумя уравнениями первого порядка.

## 10. Ресурсное обеспечение

- **Перечень основной и дополнительной учебной литературы**

***Основная учебная литература***


1. Боровских, А. В. Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебник и практикум для бакалавриата / А. В. Боровских, А. И. Перов. — 3-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2017. — 327 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-01777-9. // ЭБС "Юрайт". - URL: https://biblio-online.ru/book/A8D722E6-53EF-436D-8A1F-3D8D79CADD61 (дата обращения: 09.05.2017). Режим доступа: ограниченный по логину и паролю
2. Боровских, А. В. Дифференциальные уравнения в 2 ч. Часть 2 [Электронный ресурс]: учебник и практикум для бакалавриата / А. В. Боровских, А. И. Перов. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 274 с. — (Серия: Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-02097-7. // ЭБС "Юрайт". - URL: https://biblio-online.ru/book/262E49AD-5533-47AD-AB7B-A17BEFCB62FA (дата обращения: 09.05.2017). Режим доступа: ограниченный по логину и паролю
3. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Том 3. В 2 кн. Книга 1. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы [Электронный ресурс]: учебник / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — 7-е изд., стер. — М.: Издательство Юрайт, 2017. — 288 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-8643-3. // ЭБС "Юрайт". - URL: https://biblio-online.ru/book/1D512669-912F-4C39-AEC3-A4D084828A32 (дата обращения: 09.05.2017). Режим доступа: ограниченный по логину и паролю


***Дополнительная учебная литература***


1. Данко П.Е. и др. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2-х частях. Ч.2. Изд. 5-е, испр. Учеб. пособие для втузов / П.Е.Данко, А.Г.Попов, Т.Я.Кожевникова. - М.: Издательский дом "Оникс 21 век:Мир и образование", 2003. - 414 с.:ил.
2. Дифференциальные уравнения. Практикум [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л.А. Альсевич [и др.]. - Минск: Выш. шк., 2012. – 382 с.: ил. - ISBN 978-985-06-2111-5. // ЭБС "Znanium.com". - URL: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=508479 (дата обращения: 07.05.2017). Режим доступа: ограниченный по логину и паролю
3. Индивидуальные задания по высшей математике. В 4 ч. Ч. 2. Комплексные числа. Неопределенные и определенные интегралы. Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. П. Рябушко [и др.]; под общ. ред. А. П. Рябушко. – 6-е изд. – Минск: Вышэйшая школа, 2014. – 396 с.: ил. - ISBN 978-985-06-2466-6.// ЭБС "Znanium.com". - URL: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=509664 (дата обращения: 07.05.2017). Режим доступа: ограниченный по логину и паролю
4. Пантелеев, А.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практикум: учебное пособие [Электронный ресурс] / А.В. Пантелеев - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 432 с. - (Высшее образование: Бакалавриат) ISBN 978-5-16-011973-1 // ЭБС "Znanium.com". - URL: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=549273 (дата обращения: 07.05.2017). Режим доступа: ограниченный по логину и паролю
5. Петровский, И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс]: учебное пособие / И.Г. Петровский. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 206 с. ISBN 978-5-9221-1144-7 // ЭБС "Znanium.com". - URL: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=544800 (дата обращения: 07.05.2017). Режим доступа: ограниченный по логину и паролю


- **Периодические издания**


1. Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика: научный журнал / Учредитель: Московский государственный университет – М.: Издательство Московского университета – Журнал основан в 1977

году. – Полные электронные версии статей журнала представлены в в базе данных периодических изданий компании «East View»: https://dlib.eastview.com/browse/publication/9166/udb/890

2. Вестник Московского университета. Серия 01. Математика. Механика: научный журнал / Учредитель: Московский государственный университет – М.: Издательство Московского университета гл. ред. В.Н. Чубариков– Журнал основан в 1960 году. – Полные электронные версии статей журнала представлены в базе данных периодических изданий компании «East View»: https://dlib.eastview.com/browse/publication/9045/udb/890
3. Вестник Московского государственного областного университета. Серия: физика-математика: научный журнал / Учредитель Московский государственный областной университет Гл. ред. А.С. Бугаев. - Журнал основан в 1998 году – Сайт журнала: http://vestnik-mgou.ru/Series/PhysicsMathematics Полные электронные версии статей журнала доступны на сайте научной электронной библиотеки «eLIBRARY.RU»: https://elibrary.ru/title_about.asp?id=25657

- **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

***Электронно-библиотечные системы и базы данных***

1. ЭБС «Znanium.com»: http://znanium.com/
2. ЭБС «Лань»: https://e.lanbook.com/
3. ЭБС «Юрайт»: https://biblio-online.ru/
4. ЭБС «Университетская библиотека онлайн»: http://biblioclub.ru/
5. Научная электронная библиотека (РУНЭБ) «eLIBRARY.RU»: http://elibrary.ru
6. Национальная электронная библиотека (НЭБ): http://нэб.рф/
7. Базы данных российских журналов компании «East View»: https://dlib.eastview.com/

***Научные поисковые системы***

1. Google Scholar - поисковая система по научной литературе. Включает статьи крупных научных издательств, архивы препринтов, публикации на сайтах университетов, научных обществ и других научных организаций https://scholar.google.ru/
2. SciGuide - навигатор по зарубежным научным электронным ресурсам открытого доступа. http://www.prometeus.nsc.ru/sciguide/page0601.ssi
3. WorldWideScience.org - глобальная научная поисковая система, которая осуществляет поиск информации по национальным и международным научным базам данных и порталам. http://worldwidescience.org/
4. Math-Net.Ru - современная информационная система, предоставляющая российским и зарубежным математикам различные возможности поиска информации о математической жизни в России – http://www.mathnet.ru/
5. ArXiv.org - научно-поисковая система, специализируется в областях: компьютерных наук, астрофизики, физики, математики, квантовой биологии. http://arxiv.org/

***Профессиональные ресурсы сети «Интернет»***

1. Федеральная информационная система «Единое окно доступа к информационным ресурсам»: http://window.edu.ru/
2. Образовательный математический сайт EXPonenta.ru: http://exponenta.ru/default.asp
3. Математический сайт Math.ru: http://math.ru/lib/
4. Сайт РАН Институт Вычислительной математики: http://www.inm.ras.ru/

- **Описание материально-технической базы**

При проведении лекционных занятий используется комплект слайдов и программных презентаций по теме «Дифференциальные уравнения».

Лекционные и семинарские занятия со студентами проводятся в стандартно оборудованных аудиториях Филиала, имеющих все необходимые средства для проведения занятий. Для проведения численных расчётов при выполнении самостоятельных работ студентам предоставляется возможность работы в компьютерных классах на персональных компьютерах с использованием стандартного программного обеспечения. Дисциплина обеспечена необходимым программным обеспечением, которое находится в свободном доступе (программы Open office (свободная лицензия, код доступа не требуется),

## 11. Язык преподавания

Русский