

Государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования Московской области  
«Университет «Дубна»  
(государственный университет «Дубна»)

Филиал «Протвино»  
Кафедра общеобразовательных дисциплин



УТВЕРЖДАЮ

Директор

/Евсиков А.А./

подпись

Фамилия И.О.

2021 г.

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

**Вычислительная математика**

*наименование дисциплины (модуля)*

Направление подготовки (специальность)

**09.03.01 Информатика и вычислительная техника**

*код и наименование направления подготовки (специальности)*

Уровень высшего образования

**бакалавриат**

*бакалавриат, магистратура, специалитет*

Направленность (профиль) программы (специализация)

**«Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем»**

Форма обучения

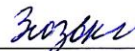
**очная**

*очная, очно-заочная, заочная*

Протвино, 2021

Преподаватель (преподаватели):

Зюзько Т.Н., доцент, к.т.н., кафедра общеобразовательных дисциплин



*Фамилия И.О., должность, ученая степень, ученое звание, кафедра; подпись*

Рабочая программа разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки (специальности) высшего образования

09.03.01 Информатика и вычислительная техника

*(код и наименование направления подготовки (специальности))*

Программа рассмотрена на заседании кафедры общеобразовательных дисциплин

Протокол заседания № \_\_\_\_\_ от « 14 » \_\_\_\_\_ сентября \_\_\_\_\_ 2021 г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_



/ Сытин А.Н. /

(подпись)

(фамилия, имя, отчество)

СОГЛАСОВАНО

Зав. выпускающей кафедрой \_\_\_\_\_



/Нурматова Е.В./

(подпись)

(фамилия, имя, отчество)

« » \_\_\_\_\_ 2021 г.

## Оглавление

1. Цели и задачи освоения дисциплины (модуля) .....	4
2. Объекты профессиональной деятельности при изучении дисциплины (модуля) .....	4
3. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП .....	4
4. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников).....	4
5. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся .....	5
6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и виды учебных занятий .....	5
7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю) и методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю) .....	9
8. Применяемые образовательные технологии для различных видов учебных занятий и для контроля освоения обучающимися запланированных результатов обучения.....	10
9. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).....	10
8. Применяемые образовательные технологии для различных видов учебных занятий и для контроля освоения обучающимися запланированных результатов обучения.....	18
10 Ресурсное обеспечение .....	18
11. Язык преподавания .....	20

### 1. Цели и задачи освоения дисциплины (модуля)

Прослушав курс, студенты должны приобрести определенные знания в области численных методов решения различных математических задач и их программной реализации на компьютерах, а также в области теории погрешностей. Изучение методов вычислительной математики позволит студентам свободно ориентироваться в типичных задачах возникающих в математическом анализе, линейной алгебре, а также при решении дифференциальных уравнений. Студенты должны освоить различные точные и итерационные методы численного решения этих математических задач, научиться выбирать оптимальный для конкретной задачи алгоритм, овладеть навыками программной реализации численных методов на компьютерах. Курс должен способствовать подготовке будущих специалистов в области вычислительной техники на современном уровне, который предполагает не только умение освоить вычислительные возможности современных математических пакетов, но и понимание существа используемых математических методов и знание границ их применимости.

### 2. Объекты профессиональной деятельности при изучении дисциплины (модуля)

Объектами профессиональной деятельности в рамках изучаемой дисциплины (модуля) являются:

Математическое и программное обеспечение ЭВМ

### 3. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП

Дисциплина «Вычислительная математика» является дисциплиной по выбору из вариативной части блока дисциплин и имеет шифр Б1.В.ДВ.3.

Курс «Вычислительная математика» базируется на курсах «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дополнительные главы высшей математики».

После освоения дисциплины «Вычислительная математика» студент будет подготовлен к изучению дисциплин «Математическая логика и теория алгоритмов», «Математическое моделирование процессов, систем и комплексов», работе над выпускной квалификационной работой и последующей работе на предприятии в качестве инженера по информатике и вычислительной технике.

### 4. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

Компетенции, приобретаемые в результате освоения дисциплины «Вычислительная математика»:

<p>ПК-1: Способность выполнять интеграцию программных модулей и компонентов и проверять работоспособность программного продукта</p>	<p><i>Знать:</i></p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Основные численные методы, используемые для решения нелинейных уравнений и систем линейных уравнений.</li><li>• Численные методы позволяющие интегрировать, дифференцировать, интерполировать функции, а также методы численного решения дифференциальных уравнений с начальными условиями.</li><li>• Принципы оценки скорости сходимости итерационных методов. Основные необходимые и</li></ul>
---	---

	<p>достаточные условия сходимости различных итерационных методов.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Свободно оценивать погрешности численных вычислений.</li> <li>• Применять численные методы для решения конкретной математической задачи.</li> <li>• Оценивать работоспособность программного продукта, созданного с помощью численных методов решения математических задач</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Навыками эффективной оценки трудоемкости и точности того или иного численного метода и соответствующего программного продукта</li> <li>• Навыками рационального применения критерия сходимости методов, как для предварительного анализа задачи, так и в процессе программной реализации конкретного выбранного алгоритма.</li> <li>• Навыками апостериорного контроля достигнутой точности при использовании итерационных численных методов.</li> </ul>
--	--

**5. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Объем дисциплины (модуля) составляет 4 зачетных единиц, всего 144 часов, из которых:

**68 часов составляет контактная работа обучающегося с преподавателем<sup>1</sup>:**

34 часов – лекционные занятия;

34 часов – практические занятия;

27 часов – мероприятия промежуточной аттестации<sup>4</sup> (экзамен),

49 часов составляет самостоятельная работа обучающегося.

**6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и виды учебных занятий**

№ раздела	Наименование раздела	Содержание раздела
1	Задачи вычислительной	Классификация основных задач и методов вычислительной математики. Задача оценки погрешностей. Источники и виды

<sup>1</sup> Перечень видов учебных занятий уточняется в соответствии с учебным планом.

	математики. Введение в теорию погрешностей.	погрешностей. Абсолютная и относительная погрешности. Оценка результирующей погрешности по погрешностям входных данных. Корректность задач по Адамару.
2	Основные определения и объекты линейной алгебры и функционального анализа.	Линейные метрические нормированные пространства. Евклидово и гильбертово пространства. Свойства метрики, нормы и скалярного произведения. Подчиненная норма оператора. Виды норм. Эквивалентность и непрерывность норм.
3	Решение нелинейных уравнений с одной переменной.	Локализация корней. Метод бисекции. Сжимающие отображения. Метод простой итерации, условие сходимости. Метод касательных Ньютона и упрощенный метод Ньютона, скорость сходимости. Метод секущих. Метод парабол.
4	Метод Гаусса решения систем линейных уравнений (СЛУ). Обращение матриц. Устойчивость СЛУ.	Алгоритм Гаусса. Расчетные формулы для прямого и обратного хода. Подсчет числа действий. Условие применимости метода Гаусса. Выбор ведущего элемента. Матричная форма метода Гаусса. Обращение матрицы методом Гаусса. Оценка числа действий. Устойчивость СЛУ по левой и правой части. Число обусловленности. Полная оценка относительной погрешности.
5	Итерационные методы решения СЛУ.	Идея итерационных методов, их классификация и преимущества. Метод простой итерации. Методы Якоби и Зейделя, их матричная форма. Метод верхней релаксации. Исследование сходимости итерационных методов. Доказательство достаточного условия сходимости, следствия для методов Якоби, Зейделя и верхней релаксации.
6	Вычисление собственных значений (СЗ) и собственных векторов (СВ) матриц.	Постановка задачи. Построение характеристического многочлена методом подобного преобразования к виду Фробениуса. Вычисление собственных векторов.
7	Интерполирование и приближение функций.	Постановка задачи. Интерполирование алгебраическими многочленами. Интерполяционная формула Лагранжа, интерполяционная формула Ньютона, их эквивалентность. Погрешность интерполирования. Аппроксимация функций многочленами Фурье. Сходимость интерполяционного процесса. Понятие сплайна. Кубический сплайн, вывод расчетных формул.
8	Численное интегрирование и дифференцирование.	Постановка задачи. Метод прямоугольников, метод трапеций, метод Симпсона (парабол). Оценка погрешностей для этих методов. Апостериорная оценка погрешности методом Рунге. Левая, правая и центральная формулы для численного дифференцирования. Высшие численные производные. Оптимальный шаг при численном дифференцировании с погрешностями исходных данных.
9	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.	Постановка задачи, классификация численных методов ее решения. Метод Эйлера. Сходимость, порядок точности, порядок аппроксимации, невязка. Симметричная схема, оценка ее порядка точности. Метод Рунге-Кутты 2-го порядка точности. Общая формулировка методов Рунге-Кутты. Примеры.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля)  Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе:											
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них <sup>2</sup>								Самостоятельная работа обучающегося, часы, из них			
		Лекционные занятия	Семинарские занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	...	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости (коллоквиумы, практические контрольные занятия и др.)*	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка	Всего
<b>3 семестр</b>													
Тема 1 Задачи вычислительной математики. Введение в теорию погрешностей.		2		2					ПР-2.1	4	7		
Тема 2 Основные определения и объекты линейной алгебры и функционального анализа.		2		2						4			15
Тема 3 Решение нелинейных уравнений с одной переменной.		2		2						4			
Тема 4 Метод Гаусса решения систем линейных уравнений (СЛУ). Обращение матриц. Устойчивость СЛУ		6		6						12			20
Тема 5 Итерационные методы решения СЛУ.		6		6					ПР-2.3	12	7		20
Тема 6. Вычисление собственных значений (СЗ) и собственных векторов (СВ) матриц.		2		2						4			20
Тема 7 Интерполирование и приближение функций.		4		4					ПР-2.3	8	7		
Тема 8 Численное интегрирование и дифференцирование		6		6					ПР-2.4	12	14		

<sup>2</sup> Перечень видов учебных занятий уточняется в соответствии с учебным планом.

Тема 9 Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений		4		4						8	7		
Промежуточная аттестация <u>экзамен</u> (указывается форма проведения)**	27 <sup>3</sup>	X									7		
<b>Итого</b>		34		34						68	49		49

<sup>3</sup> Часы на промежуточную аттестацию (зачет, дифференцированный зачет, экзамен и др.) указываются в случае выделения их в учебном плане.



**7. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю) и методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модулю)**

*Задания к практическим занятиям*

Обозначение	Наименование заданий
ПР-2.1	«Расчёт погрешности вычислений»
ПР-2.2	«Численные методы решение систем линейных уравнений»
ПР-2.3	«Численные методы интерполяции»
ПР-2.4	«Численные методы интегрирования и дифференцирования»

7.1 ПР-2.2 по теме «Решение систем линейных уравнений»

1. Решить СЛАУ (1.1) методом Гаусса.

$$\begin{pmatrix} 5 & 2 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 5 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

2. Решить СЛАУ (1.2) методом Гаусса с выбором главного элемента.

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

3. Решить СЛАУ (1.3) метод Зейделя с точностью  $\varepsilon = 10^{-2}$ .

$$\begin{pmatrix} 13 & 3 & 5 & 4 \\ 3 & 9 & 3 & 2 \\ 5 & 5 & 14 & 3 \\ 3 & 3 & 1 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

4. Решить СЛАУ (1.4) методом прогонки.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

вариант	Задача .1	Задача .2	Задача 3	Задача 4
N	$b_1 \ b_2 \ b_3 \ b_4$	$b_1 \ b_2 \ b_3 \ b_4$	$b_1 \ b_2 \ b_3 \ b_4$	$b_1 \ b_2 \ b_3 \ b_4$

7.2 ПР-2.2 по теме «Численные методы интерполяции»

Даны значения функции  $y_1, y_2, y_3, y_4$  в точках  $x_1 = -1, x_2 = -0, x_3 = 1, x_4 = 2$ .

**Задание 1** Построить интерполяционный полином Лагранжа. Вычислить значения функции в точках  $x = -0.5, 0.5, 1.5$ .

**Задание 2** Построить интерполяционный полином Ньютона с конечными разностями  $\Delta^k y_i = \Delta^{k-1} y_{i+1} - \Delta^{k-1} y_i$ . Вычислить значения функции в точках  $x = -0.5, 0.5, 1.5$ .

**Задание 3.3** Построить интерполяционный полином Ньютона с разделёнными разностями

$$f(x_i; x_{i+1}) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i}. \text{ Вычислить значения функции в точках } x = -0.5, 0.5, 1.5.$$

**Задание 3** Найти приближение функции в виде  $y(x) = a_0 + a_1x$ , используя метод наименьших квадратов.

вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4
N	$y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4$	$y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4$	$y_1 \ y_2 \ y_3$ $y_4$	$y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4$

### 8. Применяемые образовательные технологии для различных видов учебных занятий и для контроля освоения обучающимися запланированных результатов обучения

*Указываются образовательные технологии, используемые при реализации различных видов учебной работы (занятий) и дающие наиболее эффективные результаты освоения дисциплины (модуля).*

Перечень обязательных видов работы студента:

- Посещение лекционных занятий;
- посещение семинарских занятий;
- выполнение и сдача практических заданий;
- самостоятельная работа студента (СРС) направлена на закрепление навыков самостоятельного выполнения тематических заданий;
- участие в групповых дискуссиях на семинарских занятиях;
- сдача экзамена.

### 9. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

ОК-7: способность к самоорганизации и самообразованию.

**Полная карта компетенций ОК-7 приведена в документе «Матрица формирования компетенций» по направлению бакалавриата 09.03.01 Информатика и вычислительная техника»**

#### Описание шкал оценивания

По итогам работы в семестре студент может получить максимально **70** баллов. Итоговой формой контроля является экзамен. На экзамене студент может набрать максимально **30** баллов.

В течение семестра студент может заработать баллы за следующие виды работ:

№	Вид работы	Сумма баллов
1	Работа на практических занятиях	21
2	Аудиторные занятия (посещение)	25
3	Решение контрольных заданий (самостоятельная работа)	24
	Итого:	70

Если к моменту окончания семестра студент набирает от **51** до **70** баллов, то он получает допуск к экзамену.

Если студент к моменту окончания семестра набирает от **61** до **70** баллов, то он может получить автоматическую оценку «удовлетворительно». При желании повысить свою оценку, студент имеет право отказаться от автоматической оценки и сдать экзамен.

Если студент не набрал минимального числа баллов (**51** балл), то он не получает допуск к экзамену.

Соответствие рейтинговых баллов и академических оценок

Общая сумма баллов за семестр	Итоговая оценка
-------------------------------	-----------------

86-100	Отлично
71-85	Хорошо
51-70	Допуск к экзамену
в том числе:	
61-70	Возможность получения автоматической оценки «удовлетворительно»
51-60	Только допуск к экзамену
0-50 *	Неудовлетворительно (студент не допущен к экзамену)

Текущий контроль успеваемости осуществляется в процессе выполнения практических и самостоятельных работ в соответствии с ниже приведенным графиком.

Виды работ	Недели работ																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
ПР-2	ВЗ 1		ВЗ 2			ЗЗ 1		ЗЗ 2	ВЗ 3	ЗЗ 3	ВЗ 4	ЗЗ 4					

ВЗ – выдача задания

ЗЗ – защита задания

### Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине

<p>ОК-7: способность к самоорганизации и самообразованию</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Основные численные методы, используемые для решения нелинейных уравнений и систем линейных уравнений.</li> <li>• Численные методы позволяющие интегрировать, дифференцировать, интерполировать функции, а также методы численного решения дифференциальных уравнений с начальными условиями.</li> <li>• Принципы оценки скорости сходимости итерационных методов. Основные необходимые и достаточные условия сходимости различных итерационных методов.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Свободно оценивать погрешности численных вычислений.</li> <li>• Применять численные методы для решения конкретной математической задачи.</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Навыками эффективной оценки трудоемкости и точности того или иного численного метода.</li> <li>• Навыками рационального применения критерия сходимости методов, как для предварительного анализа задачи, так и в процессе программной реализации конкретного выбранного алгоритма.</li> <li>• Навыками апостериорного контроля достигнутой точности при использовании итерационных численных методов.</li> </ul>
<p>ПК-3: способность обосновывать принимаемые проектные решения, осуществлять постановку и выполнять эксперименты по</p>	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• основы общей теории сложных систем, классификацию и закономерности систем,</li> </ul>

проверке их корректности и эффективности.	<p>методы и модели описания и анализа систем</p> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>использовать полученные теоретические знания: для получения, хранения, переработки информации; при решении различных задач с использованием специализированных программ</li> </ul> <p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>навыками применения современных технических средств и информационных технологий для решения коммуникативных задач</li> </ul>
---	--

Компетенция ОК-7: способность к самоорганизации и самообразованию.<sup>4</sup>

РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) *	Уровень освоения компетенции *	КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю) ШКАЛА оценивания					ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ
		<i>(критерии берутся из соответствующих карт компетенций, шкала оценивания (4 или более шагов) устанавливается в зависимости от того, какая система оценивания (традиционная или балльно-рейтинговая) применяется)</i>					
		1	2	3	4	5	
<p><i>Знать:</i></p> <p>Основные численные методы, используемые для решения нелинейных уравнений и систем линейных уравнений.</p> <p>Численные методы позволяющие интегрировать, дифференцировать, интерполировать функции, а также методы численного решения дифференциальных уравнений с начальными условиями.</p> <p>Принципы оценки скорости сходимости итерационных методов.</p> <p>Основные необходимые и достаточные условия сходимости различных итерационных методов.</p>	I - пороговый	Отсутствует	<p>Не знает или знает слабо: Основные численные методы, используемые для решения прикладных задач (системы линейных и нелинейных уравнений, задача Коши, интерполирование, дифференцирование и интегрирование функций)</p> <p>Принципы оценки скорости сходимости итерационных методов. Основные необходимые и достаточные условия</p>	<p>Удовлетворительно знает: Основные численные методы, используемые для решения прикладных задач (системы линейных и нелинейных уравнений, задача Коши, интерполирование, дифференцирование и интегрирование функций)</p> <p>Принципы оценки скорости сходимости итерационных методов. Основные необходимые и достаточные условия</p>	<p>Хорошо знает: Основные численные методы, используемые для решения прикладных задач (системы линейных и нелинейных уравнений, задача Коши, интерполирование, дифференцирование и интегрирование функций)</p> <p>Принципы оценки скорости сходимости итерационных методов. Основные необходимые и</p>	<p>Демонстрирует свободное и уверенное знание: Основные численные методы, используемые для решения прикладных задач (системы линейных и нелинейных уравнений, задача Коши, интерполирование, дифференцирование и интегрирование функций)</p> <p>Принципы оценки скорости</p>	Устное собеседование.

<sup>4</sup> Данная таблица заполняется по каждой компетенции, формирование которой предусмотрено рабочей программой дисциплины (модуля), отдельно.

			сходимости различных итерационных методов. Допускает множественные грубые ошибки.	сходимости различных итерационных методов, но допускает достаточно серьезные ошибки.	достаточные условия сходимости различных итерационных методов. Допускает отдельные негрубые ошибки.	сходимости итерационных методов. Основные необходимые и достаточные условия сходимости различных итерационных методов. Не допускает ошибок.	
<p><b>Уметь:</b> Свободно оценивать погрешности численных вычислений. Применять численные методы для решения конкретной математической задачи.</p>	I - пороговый	Отсутствие умений	<p>Демонстрирует частичное умение: Свободно оценивать погрешности численных вычислений</p> <p>Применять численные методы для решения конкретной математической задачи. Допускает множественные грубые ошибки.</p>	<p>Демонстрирует частичное умение: Свободно оценивать погрешности численных вычислений</p> <p>Применять численные методы для решения конкретной математической задачи, но допускает достаточно серьезные ошибки.</p>	<p>Демонстрирует достаточно устойчивое умение: Свободно оценивать погрешности численных вычислений</p> <p>Применять численные методы для решения конкретной математической задачи. Допускает отдельные негрубые ошибки.</p>	<p>Демонстрирует устойчивое умение: Свободно оценивать погрешности численных вычислений</p> <p>Применять численные методы для решения конкретной математической задачи. Не допускает ошибок.</p>	ПКЗ
<p><b>Владеть:</b> Навыками эффективной оценки трудоемкости и точности того или иного численного метода. Навыками рационального применения критерия сходимости методов, как для предварительного анализа задачи, так и в процессе программной реализации конкретного выбранного алгоритма. Навыками апостериорного контроля достигнутой точности при использовании итерационных численных методов.</p>	I - пороговый	Отсутствие владения	<p>Демонстрирует низкий уровень владения: Навыками эффективной оценки трудоемкости и точности того или иного численного метода. Навыками рационального применения критерия сходимости методов, как для предварительного анализа задачи, так и в процессе программной реализации конкретного</p>	<p>Демонстрирует удовлетворительный уровень владения: Навыками эффективной оценки трудоемкости и точности того или иного численного метода. Навыками рационального применения критерия сходимости методов, как для предварительного анализа задачи, так и в процессе программной реализации</p>	<p>Демонстрирует хороший уровень владения: Навыками эффективной оценки трудоемкости и точности того или иного численного метода. Навыками рационального применения критерия сходимости методов, как для предварительного анализа задачи, так и в процессе программной реализации</p>	<p>Демонстрирует высокий уровень владения: Навыками эффективной оценки трудоемкости и точности того или иного численного метода. Навыками рационального применения критерия сходимости методов, как для предварительного анализа задачи, так</p>	ПКЗ

			<p>выбранного алгоритма. Навыками апостериорного контроля достигнутой точности при использовании итерационных численных методов. Допускает множественные грубые ошибки.</p>	<p>конкретного выбранного алгоритма. Навыками апостериорного контроля достигнутой точности при использовании итерационных численных методов, но допускает достаточно серьезные ошибки.</p>	<p>конкретного выбранного алгоритма. Навыками апостериорного контроля достигнутой точности при использовании итерационных численных методов. Допускает отдельные негрубые ошибки.</p>	<p>и в процессе программной реализации конкретного выбранного алгоритма. Навыками апостериорного контроля достигнутой точности при использовании итерационных численных методов. Не допускает ошибок.</p>	
--	--	--	---	--	---	---	--

**ПК-3:** способность обосновывать принимаемые проектные решения, осуществлять постановку и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности.

<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>основы общей теории сложных систем, классификацию и закономерности систем, методы и модели описания и анализа систем</li> </ul>	I - пороговый	Отсутствие знаний	<p>Не знает или знает слабо: Основные численные методы, используемые для решения прикладных задач (системы линейных и нелинейных уравнений, задача Коши, интерполирование, дифференцирование и интегрирование функций)</p> <p>Принципы оценки скорости сходимости итерационных методов. Основные необходимые и достаточные условия сходимости различных итерационных методов. Допускает</p>	<p>Удовлетворительно знает: Основные численные методы, используемые для решения прикладных задач (системы линейных и нелинейных уравнений, задача Коши, интерполирование, дифференцирование и интегрирование функций)</p> <p>Принципы оценки скорости сходимости итерационных методов. Основные необходимые и достаточные условия сходимости различных итерационных методов, но допускает</p>	<p>Хорошо знает: Основные численные методы, используемые для решения прикладных задач (системы линейных и нелинейных уравнений, задача Коши, интерполирование, дифференцирование и интегрирование функций)</p> <p>Принципы оценки скорости сходимости итерационных методов. Основные необходимые и достаточные условия сходимости различных итерационных</p>	<p>Демонстрирует свободное и уверенное знание: Основные численные методы, используемые для решения прикладных задач (системы линейных и нелинейных уравнений, задача Коши, интерполирование, дифференцирование и интегрирование функций)</p> <p>Принципы оценки скорости сходимости итерационных методов. Основные необходимые</p>	Устное собеседование
---	---------------	-------------------	---	---	--	--	----------------------

			множественные грубые ошибки.	достаточно серьезные ошибки.	х методов. Допускает отдельные негрубые ошибки.	ые и достаточные условия сходимости различных итерационных методов. Не допускает ошибок.	
<p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>использовать полученные теоретические знания: для получения, хранения, переработки информации; при решении различных задач с использованием специализированных программ</li> </ul>	I - пороговый	Отсутствие умений	<p>Демонстрирует частичное умение: Свободно оценивать погрешности численных вычислений</p> <p>Применять численные методы для решения конкретной математической задачи. Допускает множественные грубые ошибки.</p>	<p>Демонстрирует частичное умение: Свободно оценивать погрешности численных вычислений</p> <p>Применять численные методы для решения конкретной математической задачи, но допускает достаточно серьезные ошибки.</p>	<p>Демонстрирует достаточно устойчивое умение: Свободно оценивать погрешности численных вычислений</p> <p>Применять численные методы для решения конкретной математической задачи. Допускает отдельные негрубые ошибки.</p>	<p>Демонстрирует устойчивое умение: Свободно оценивать погрешности численных вычислений</p> <p>Применять численные методы для решения конкретной математической задачи. Не допускает ошибок.</p>	ПКЗ
<p><b>Владеть:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>навыками применения современных технических средств и информационных технологий для решения коммуникативных задач</li> </ul>	I - пороговый	Отсутствие владения	<p>Демонстрирует низкий уровень владения: Навыками эффективной оценки трудоемкости и точности того или иного численного метода. Навыками рационального применения критерия сходимости методов, как для предварительного анализа задачи, так и в процессе программной реализации конкретного алгоритма.</p>	<p>Демонстрирует удовлетворительный уровень владения: Навыками эффективной оценки трудоемкости и точности того или иного численного метода. Навыками рационального применения критерия сходимости методов, как для предварительного анализа задачи, так и в процессе программной реализации конкретного</p>	<p>Демонстрирует хороший уровень владения: Навыками эффективной оценки трудоемкости и точности того или иного численного метода. Навыками рационального применения критерия сходимости методов, как для предварительного анализа задачи, так и в процессе программной реализации конкретного</p>	<p>Демонстрирует высокий уровень владения: Навыками эффективной оценки трудоемкости и точности того или иного численного метода. Навыками рационального применения критерия сходимости методов, как для предварительного анализа задачи, так и в процессе</p>	ПКЗ

			<p>Навыками апостериорного контроля достигнутой точности при использовании итерационных численных методов. Допускает множественные грубые ошибки.</p>	<p>выбранного алгоритма. Навыками апостериорного контроля достигнутой точности при использовании итерационных численных методов, но допускает достаточно серьезные ошибки.</p>	<p>выбранного алгоритма. Навыками апостериорного контроля достигнутой точности при использовании итерационных численных методов. Допускает отдельные негрубые ошибки.</p>	<p>программной реализации конкретного выбранного алгоритма. Навыками апостериорного контроля достигнутой точности при использовании итерационных численных методов. Не допускает ошибок.</p>	
--	--	--	---	--	---	--	--

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций и (или) для итогового контроля сформированности компетенции.**

#### *КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ*

1. Линейные нормированные пространства. Гильбертово, Евклидово пространства.
2. Нормы векторов. Непрерывность нормы. Подчиненные нормы операторов.
3. Линейные операторы (ограниченность, непрерывность, эрмитово сопряжение). Понятие нормы оператора, ее непрерывность.
4. Самосопряженные операторы и ортогональные операторы (вращений) .
5. Операторы перестановок. Свойства определителей. Обратная матрица.
6. Свойства треугольных матриц. Элементарные треугольные матрицы.
7. Виды погрешностей при компьютерных вычислениях. Оценка величины погрешности.
8. Метод Гаусса. Выбор ведущего элемента.
9. Число действий в методе Гаусса. Условия применимости метода Гаусса.
10. Метод Гаусса с выбором ведущего элемента в матричной форме.
11. Обращение матрицы методом Гаусса. Оценка Числа действий.
12. Устойчивость систем линейных уравнений. Число обусловленности. Оценка относительной погрешности.
13. Итерационные методы для систем линейных уравнений. Матричная форма.
14. Сходимость итерационных методов для систем линейных уравнений. Достаточное условие сходимости и его следствия.
15. Необходимое и достаточное условие сходимости стационарных итерационных методов для систем линейных уравнений.
16. Вычисление характеристического многочлена матрицы методом подобного преобразования. Задача вычисления собственных векторов.
17. Поиск максимального собственного значения матрицы и соответствующего собственного вектора степенным методом.
18. Интерполирование. Интерполирование алгебраическими многочленами. Интерполяционная формула Лагранжа.
19. Погрешность интерполирования алгебраическими многочленами. Экстраполирование.
20. Сходимость процесса интерполяции многочленами. Понятие сплайна.
21. Кубический сплайн.



22. Численное интегрирование. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона.
23. Апостериорная оценка погрешности интегрирования (по Рунге).
24. Численное дифференцирование. Оценка погрешности при дифференцировании.
25. Решение нелинейных уравнений. Метод бисекции. Метод простой итерации.
26. Решение нелинейных уравнений.  
Метод касательных Ньютона и упрощенный метод Ньютона.
27. Решение нелинейных уравнений. Метод секущих.
28. Численные методы решения задачи Коши. Метод Эйлера. Симметричная схема.
29. Численные методы решения задачи Коши. Метод Рунге-Кутты 2-го порядка точности.

### Пример задания по теме «Численные методы интерполяции»

Даны значения функции  $y_1, y_2, y_3, y_4$  в точках  $x_1 = -1, x_2 = -0, x_3 = 1, x_4 = 2$ .

**Задание 1** Построить интерполяционный полином Лагранжа. Вычислить значения функции в точках  $x = -0.5, 0.5, 1.5$ .

**Задание 2** Построить интерполяционный полином Ньютона с конечными разностями  $\Delta^k y_i = \Delta^{k-1} y_{i+1} - \Delta^{k-1} y_i$ . Вычислить значения функции в точках  $x = -0.5, 0.5, 1.5$ .

**Задание 3.3** Построить интерполяционный полином Ньютона с разделёнными разностями

$f(x_i; x_{i+1}) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i}$ . Вычислить значения функции в точках  $x = -0.5, 0.5, 1.5$ .

**Задание 3** Найти приближение функции в виде  $y(x) = a_0 + a_1x$ , используя метод наименьших квадратов.

вариант	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Задание 4
N	$y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4$	$y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4$	$y_1 \ y_2 \ y_3$ $y_4$	$y_1 \ y_2 \ y_3 \ y_4$

## 8. Применяемые образовательные технологии для различных видов учебных занятий и для контроля освоения обучающимися запланированных результатов обучения

*Указываются образовательные технологии, используемые при реализации различных видов учебной работы (занятий) и дающие наиболее эффективные результаты освоения дисциплины (модуля).*

Перечень обязательных видов работы студента:

- Посещение лекционных занятий;
- посещение семинарских занятий;
- выполнение и сдача практических заданий;
- самостоятельная работа студента (СРС) направлена на закрепление навыков самостоятельного выполнения тематических заданий;
- участие в групповых дискуссиях на семинарских занятиях;
- сдача экзамена.

## 10 Ресурсное обеспечение

### • Перечень основной и дополнительной учебной литературы *Основная учебная литература*

1. Пантина, И. В. Вычислительная математика [Электронный ресурс]: учебник / И. В. Пантина, А. В. Синчуков. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: МФПУ Синергия, 2012. - 176 с. - (Университетская серия). - ISBN 978-5-4257-0064-3 // ЭБС "Znanium.com". - URL: <http://znanium.com/catalog/product/451160> (дата обращения: 08.04.2019) Режим доступа: ограниченный по логину и паролю
2. Аттетков А.В. Методы оптимизации: Учебное пособие [Электронный ресурс] / А.В. Аттетков, В.С. Зарубин, А.Н. Канатников. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2013. - 270 с.: ил.; - (Высшее образование: Бакалавриат). ISBN 978-5-369-01037-2 // ЭБС "Znanium.com". - URL: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=350985> (дата обращения: 08.04.2019). - Режим доступа: ограниченный по логину и паролю
3. Вержбицкий В.М. Основы численных методов: Учебник для вузов.-М.: ВШ, 2-е изд., перераб. 2005. - 847с.

4. Численные методы [Электронный ресурс]: учебник и практикум для академического бакалавриата / У. Г. Пирумов [и др.] ; под ред. У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2018. — 421 с. — (Серия : Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03141-6. // ЭБС "Юрайт". - URL:<https://biblio-online.ru/book/43F523F2-5AD9-448D-A8FF-212707F6A238/chislennye-metody> (дата обращения: 08.04.2019). Режим доступа: ограниченный по логину и паролю

***Дополнительная учебная литература***

1. Зализняк, В. Е. Теория и практика по вычислительной математике [Электронный ресурс]: учеб. пособие / В. Е. Зализняк, Г. И. Щепановская. - Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2012. - 174 с. - ISBN 978-5-7638-2498-8 // ЭБС "Znaniium.com". - URL: <http://znaniium.com/catalog/product/441232> (дата обращения: 08.04.2019) Режим доступа: ограниченный по логину и паролю
2. Пантелеев А. В. Численные методы. Практикум [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А.В. Пантелеев, И.А. Кудрявцева. — М. : ИНФРА-М, 2017. — 512 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-012333-2 // ЭБС "Znaniium.com". - URL: <http://znaniium.com/catalog/product/652316> (дата обращения: 08.04.2019) Режим доступа: ограниченный по логину и паролю
3. Численные методы. Сборник задач: Учебное пособие./ В.Ю. Гидаспов, И.Э Иванов, Д.Л. Ревизников и др.; Под ред. У.Г. Пирумова. – М.: Дрофа, 2007. – 144 с.

• **Периодические издания**

1. Дискретный анализ и исследование операций: научный журнал / Учредители Сибирское отделение РАН, Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН. Гл. ред. В.Л. Береснев. - Журнал основан в 1994 году Полные электронные версии статей журнала доступны на сайте научной электронной библиотеки «eLIBRARY.RU»: [https://elibrary.ru/title\\_about.asp?id=25528](https://elibrary.ru/title_about.asp?id=25528)
2. Вестник Московского университета. Серия 01. Математика. Механика: научный журнал / Учредитель: Московский государственный университет – М.: Издательство Московского университета гл. ред. В.Н. Чубариков– Журнал основан в 1960 году. – Полные электронные версии статей журнала представлены в БД периодических изданий «East View»: <https://dlib.eastview.com/browse/publication/9045/udb/890>
3. Вестник Московского государственного областного университета. Серия: физика-математика: научный журнал / Учредитель Московский государственный областной университет Гл. ред. А.С. Бугаев. - Журнал основан в 1998 году – Сайт журнала: <http://vestnik-mgou.ru/Series/PhysicsMathematics> Полные электронные версии статей журнала доступны на сайте научной электронной библиотеки «eLIBRARY.RU»: [https://elibrary.ru/title\\_about.asp?id=25657](https://elibrary.ru/title_about.asp?id=25657)
4. Вестник Московского университета. Серия 15. Вычислительная математика и кибернетика: научный журнал / Учредитель: Московский государственный университет – М.: Издательство Московского университета – Журнал основан в 1977 году. – Полные электронные версии статей журнала доступны на сайте научной электронной библиотеки «eLIBRARY.RU»: <https://elibrary.ru/contents.asp?titleid=8373>

• **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

***Электронно-библиотечные системы и базы данных***

1. ЭБС «Znaniium.com»: <http://znaniium.com/>
2. ЭБС «Лань»: <https://e.lanbook.com/>
3. ЭБС «Юрайт»: <https://biblio-online.ru/>
4. ЭБС «Университетская библиотека онлайн»: <http://biblioclub.ru/>
5. Научная электронная библиотека (ПУНЭБ) «eLIBRARY.RU»: <http://elibrary.ru>

6. Национальная электронная библиотека (НЭБ): <http://нэб.рф/>
7. Базы данных российских журналов компании «East View»: <https://dlib.eastview.com/>

### ***Научные поисковые системы***

1. Math-Net.Ru - современная информационная система, предоставляющая российским и зарубежным математикам различные возможности поиска информации о математической жизни в России – <http://www.mathnet.ru/>
2. Google Scholar - поисковая система по научной литературе. Включает статьи крупных научных издательств, архивы препринтов, публикации на сайтах университетов, научных обществ и других научных организаций <https://scholar.google.ru/>
3. SciGuide - навигатор по зарубежным научным электронным ресурсам открытого доступа. <http://www.prometeus.nsc.ru/sciguide/page0601.ssi>
4. ArXiv.org - научно-поисковая система, специализируется в областях: компьютерных наук, астрофизики, физики, математики, квантовой биологии. <http://arxiv.org/>
5. WorldWideScience.org - глобальная научная поисковая система, которая осуществляет поиск информации по национальным и международным научным базам данных и порталам. <http://worldwidescience.org/>

### ***Профессиональные ресурсы сети «Интернет»***

1. Федеральная информационная система «Единое окно доступа к информационным ресурсам»: <http://window.edu.ru/>
2. Образовательный математический сайт EXPONENTA.ru <http://exponenta.ru/>
3. Математический сайт Math.ru <http://math.ru/lib/>
4. Сайт РАН Институт Вычислительной математики. <http://www.inm.ras.ru/>

### **Описание материально-технической базы**

Компьютерный класс

## **11. Язык преподавания**

**Русский**