

**Государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования Московской области  
«Университет «Дубна»  
Филиал «Протвино»  
Кафедра «Технической физики»**

А.А. Соколов

**Подготовка и оформление курсовой работы по дисциплине  
«Численные методы и  
математическое моделирование. Часть II»**

Электронное методическое пособие

Рекомендовано  
кафедрой математики и естественных наук  
филиала «Протвино» государственного университета «Дубна»  
в качестве методического пособия для студентов,  
обучающихся по направлению  
«Физика»

Протвино  
2016

ББК 22.193 я73

С59

Рецензент:

кандидат физико-математических наук,  
начальник сектора ОМВТ НИЦ «Курчатовский институт» - ИФВЭ  
Рябов А.Д.

**Соколов А.А.**

С59 Подготовка и оформление курсовой работы по дисциплине «Численные методы и математическое моделирование. Часть II»: электронное методическое пособие/ А.А. Соколов. — Протвино, 2016. — 31с.

Предназначено для студентов очного отделения направления «Физика». В пособии рассматриваются правила написания, определяются требования к содержанию, структуре и оформлению курсовой работы на кафедре технической физики по дисциплине «Численные методы и математическое моделирование. Часть II». В пособии приводится список тем для курсовой работы, рассматриваются этапы подготовки курсовой работы.

ББК 22.193 я73

## Оглавление

<b>ВВЕДЕНИЕ .....</b>	<b>4</b>
<b>1. ТРЕБОВАНИЯ К ПОДГОТОВКЕ И ЗАЩИТЕ .....</b>	<b>5</b>
<b>КУРСОВОЙ РАБОТЫ .....</b>	<b>5</b>
<b>1.1. ОБЩАЯ СТРУКТУРА КУРСОВОЙ РАБОТЫ .....</b>	<b>5</b>
<b>1.2. ЗАЩИТА И ОЦЕНКА КУРСОВОЙ РАБОТЫ .....</b>	<b>6</b>
<b>2. ТЕМЫ КУРСОВЫХ РАБОТ .....</b>	<b>8</b>
<b>2.1. СПИСОК ТЕМ .....</b>	<b>8</b>
2.1.1. <i>ВЫБОР МЕТОДОВ АППРОКСИМАЦИИ ФУНКЦИИ .....</i>	<i>8</i>
2.1.2. <i>ИССЛЕДОВАНИЕ И РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ.....</i>	<i>13</i>
<b>2.2. ЭТАПЫ ВЫПОЛНЕНИЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ .....</b>	<b>19</b>
<b>3. ТРЕБОВАНИЯ К СОДЕРЖАНИЮ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ.....</b>	<b>21</b>
<b>ЗАПИСКИ КУРСОВОЙ РАБОТЫ .....</b>	<b>21</b>
<b>3.1. ТИТУЛЬНЫЙ ЛИСТ .....</b>	<b>21</b>
<b>3.2. ОГЛАВЛЕНИЕ.....</b>	<b>21</b>
<b>3.3. ВВЕДЕНИЕ .....</b>	<b>21</b>
<b>3.4. ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ.....</b>	<b>21</b>
<b>3.5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>22</b>
<b>3.6. СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	<b>22</b>
<b>3.7. ПРИЛОЖЕНИЯ .....</b>	<b>22</b>
<b>4. ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ .....</b>	<b>23</b>
<b>ЗАПИСКИ КУРСОВОЙ РАБОТЫ .....</b>	<b>23</b>
<b>4.1. ОБЩИЕ ТРЕБОВАНИЯ.....</b>	<b>23</b>
<b>4.2. ПОСТРОЕНИЕ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ.....</b>	<b>23</b>
<b>4.3. НУМЕРАЦИЯ РАЗДЕЛОВ, ПОДРАЗДЕЛОВ, ПУНКТОВ И ПОДПУНКТОВ.....</b>	<b>23</b>
<b>ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ.....</b>	<b>23</b>
<b>4.4. ИЛЛЮСТРАЦИИ.....</b>	<b>24</b>
<b>4.5. ФОРМУЛЫ.....</b>	<b>25</b>
<b>4.6. ТАБЛИЦЫ.....</b>	<b>26</b>
<b>4.7. СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....</b>	<b>26</b>
<b>4.8. ПРИЛОЖЕНИЯ .....</b>	<b>27</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ А ОБРАЗЕЦ ТИТУЛЬНОГО ЛИСТА КУРСОВОЙ РАБОТЫ .....</b>	<b>28</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ Б ПРИМЕР СОСТАВЛЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ КУРСОВОЙ РАБОТЫ .....</b>	<b>29</b>
.....	29
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ В ПРИМЕР ОФОРМЛЕНИЯ СПИСКА ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....</b>	<b>30</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ Г ФОРМА ЗАДАНИЯ НА КУРСОВУЮ РАБОТУ .....</b>	<b>31</b>

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время, в связи с широким использованием компьютерных технологий, особое значение приобретает умение разработать математическую модель изучаемого процесса, составить эффективный алгоритм решения задачи, определить область применимости модели и алгоритма, оценить погрешность полученного результата. Поскольку сложность решаемых задач постоянно возрастает, растут и трудности, связанные с составлением модели и алгоритма, следовательно, повышаются и требования к уровню математической подготовленности специалиста.

Целью выполнения курсовой работы по дисциплине «Численные методы и математическое моделирование. Часть II» является:

а) проверка умения исследовать практические задачи средствами математики;

б) расширение и углубление знаний, полученных в ходе изучения курсов математики, в направлении, необходимом для использования их в дальнейшей практической деятельности;

в) приобретение навыков самостоятельной работы с учебной и научной литературой.

Выполнение курсовой работы предполагает построение, аналитическое или численное исследование математических моделей, связанных с конкретными приложениями, или статистическую обработку результатов эксперимента. Предлагаемые темы курсовых работ можно разбить на группы:

1. выбор методов аппроксимации функции;
2. исследование и решение дифференциальных уравнений.

Навыки, приобретаемые при выполнении курсовой работы, являются основой для использования математических методов в процессе изучения последующих дисциплин, при работе над курсовыми и дипломными проектами, а также в производственной деятельности.

# 1. ТРЕБОВАНИЯ К ПОДГОТОВКЕ И ЗАЩИТЕ КУРСОВОЙ РАБОТЫ

Темы курсовых работ разрабатываются преподавателем дисциплины и утверждаются заведующим кафедрой в течение первого месяца семестра, в котором должны быть написаны курсовые работы. После этого студенты выбирают тему из предложенного списка тем. Студент по согласованию с руководителем может изменить или предложить свою тему курсовой работы. Разработка одной темы несколькими студентами допускается, в том случае, если тема носит комплексный характер, и каждый студент работает над отдельной ее частью.

## 1.1. Общая структура курсовой работы

Работу над курсовой работой необходимо начинать с подбора и изучения литературы по исследуемой теме. Для получения наиболее свежей информации целесообразно ознакомиться с периодическими Интернет-изданиями, посетить Интернетовские форумы, относящиеся к данной тематике.

В результате систематизированного изучения информации, находящейся в соответствующей литературе и Интернет-источниках, усваиваются основные понятия, категории, термины, формируются представления о современных средствах создания приложений, проясняются слабые и сильные стороны различных подходов к разработке программного обеспечения, выявляются наиболее актуальные и обсуждаемые на текущий момент времени направления и тематика развития. Одновременно выявляются проблемы, требующие дополнительного осмысления; выясняется то, что еще недостаточно изучено. На основе этого определяются направление, цель и задачи курсовой работы, а также составляется список литературы, которую планируется использовать при написании курсовой работы.

Курсовая работа по дисциплине «Численные методы и математическое моделирование. Часть I» должна иметь следующую структуру:

- Титульный лист;
- Оглавление;
- Введение;
- Глава 1. Описание метода решения;
  - 1.1. Постановка задачи
  - 1.2. Метод решения
- Глава 2. Решение задачи;
  - 2.1. Алгоритм решения;
  - 2.2. Решение в системе Scilab;
- Заключение;
- Список использованной литературы;
- Приложения.

Рассмотрим главные части курсовой работы.

Во введении необходимо обосновать актуальность выбранной темы, сформулировать цель работы и поставить задачи, которые потребуются решить для ее достижения; описать функциональность проекта, а также технические и программные средства, используемые при выполнении курсовой работы.

Введение целесообразней писать после завершения работы над основной частью.

В главе 1 описывается теоретическая база работы. Здесь нужно раскрыть предложенные по данной теме вопросы, рассмотреть различные возможные пути реализации проекта, сравнить их, определить достоинства и недостатки, обосновать свой выбор в пользу тех или иных решений, использованных в проекте.

В этом разделе студент должен показать свой уровень подготовки, знание предметной области, умение собирать информацию и систематизировать полученные знания, делать обобщения и выбирать направления решения проблемы.

В процессе описания необходимо делать ссылки на используемые источники.

В главе 2 студенты проектируют и решают задачи, используя сведения, указанные в первой главе. Здесь описывается алгоритм решения поставленной задачи и его решение, как правило в системе Scilab;

Заключение завершает изложение курсовой работы. В нем подводятся итоги выполненной работы в виде обобщения самых существенных положений. Выводы должны отражать только содержание работы, быть краткими, ясно и четко сформулированными. В данном разделе необходимо показать, каким образом решены задачи, поставленные во введении, привести основные результаты работы.

Описания Титульного листа, Оглавления, Списка использованной литературы и Приложения приводятся в разделе 2 «Требования к оформлению».

## **1.2. Защита и оценка курсовой работы**

К защите должны быть подготовлены:

- презентация, которая прикладывается к работе;
- доклад и
- пояснительная записка (отчёт о проделанной работе).

Завершенный текст курсовой работы должен быть представлен руководителю не позднее, чем за две недели до установленного срока защиты курсовой работы. Срок защиты устанавливается до зачётной недели.

К защите не допускаются и возвращаются для повторного написания курсовые работы, полностью или в значительной степени, выполненные не самостоятельно или работы, в которых содержание и оформление, как в целом, так и разделов, не соответствуют выбранной теме, не удовлетворяют требованиям, описанным в данном учебно-методическом пособии и предъявляемым руководителем.

При защите курсовой работы студент кратко излагает её основное содержание (5-7 минут), используя презентацию. Доклад строится в той же последовательности, в какой написана работа. Во вводной части доклада обосновывается тема, указываются поставленные цели и задачи, характеризуются объект, методы и инструментальный исследования. Основную часть доклада должны составлять конструктивные разработки, конкретные выводы и предложения автора. Текст доклада при защите желательно излагать свободно, не читая.

На защите преподаватель и другие студенты, защищающие курсовые работы, могут задавать отвечающему вопросы, касающиеся теоретической и практической частей проекта. Студент, должен дать краткие, четко аргументированные ответы и доказать, что проект выполнен им самостоятельно. После этого преподавателем на

основании содержания и качества выполненной курсовой работы, уровня теоретической и практической подготовки студента выводится общая оценка, которая удовлетворяет следующим критериям:

– «отлично» выставляется студенту, показавшему глубокие знания, примененные им при самостоятельной разработке избранной темы, способному обобщить практический материал, сделать на основе анализа выводы и представившему качественную презентацию и доклад;

– «хорошо» выставляется студенту, показавшему в работе и при ее защите полное знание материала, всесторонне осветившему вопросы темы, но не в полной мере проявившему самостоятельность в исследовании;

– «удовлетворительно» выставляется студенту, раскрывшему в работе основные вопросы избранной темы, но не проявившему самостоятельности в анализе или допустившему отдельные неточности в содержании работы, неуверенность при ответе на вопросы;

– «неудовлетворительно» выставляется студенту, не раскрывшему основные положения избранной темы и допустившему грубые ошибки в содержании работы, а также допустившему плагиат.

При получении неудовлетворительной оценки работа должна быть переработана с учетом высказанных замечаний и представлена на защиту в сроки, установленные руководителем.

## 2. ТЕМЫ КУРСОВЫХ РАБОТ

### 2.1. Список тем

Тема курсовой работы выбирается студентом самостоятельно из предложенных или формулируется самостоятельно, но с обязательным согласованием с преподавателем. Ниже приводятся описания шагов выполнения курсовых работ и их примерные темы.

#### 2.1.1. Выбор методов аппроксимации функции

При выполнении задания на эту тему нужно разными методами (2-3 метода, в зависимости от поставленной задачи) аппроксимировать исходные данные (или заданную функцию) и провести сравнение и анализ полученных результатов.

Требуется решить следующие подзадачи.

1. Выбрать аппроксимирующие функции в зависимости от условия задачи, обосновать выбор. В случае метода наименьших квадратов вид приближающей функции определите по характеру точечного графика.
2. Аппроксимировать данные выбранными методами, определить погрешности аппроксимаций.
3. Построить графики функций: исходной, полученных аппроксимирующих и зависимостей погрешностей.
4. Провести анализ полученных результатов и выбрать оптимальную аппроксимирующую функцию.
5. Провести контрольные расчеты с помощью системы Scilab для всех методов аппроксимации.
6. Построить схемы алгоритмов программы.
7. Оформить отчет.

Далее приведены варианты заданий.

#### Вариант 1

Пластичные материалы в присутствии трещин обычно становятся ломкими. Это свойство называют *трещинной чувствительностью*. Такая чувствительность сильно связана с температурой, ее измеряют путем соударения с маятником (*тест Шарпи*). В тесте Шарпи при соударении измеряют энергию, накопленную стандартным образцом, подвергающимся тестированию. Результаты этого теста для холоднокатаной стали определенной марки представлены в следующей таблице.

Температура, °C	-100	-75	-50	-25	0	25	50	75	100
Энергия соударения	4,06	6,78	9,49	16,27	40,67	97,62	146,63	151,85	162,70

Требуется установить функциональную зависимость температуры от энергии соударения. Сравнить использование различных типов функциональной зависимости.



## Вариант 2

Была проведена экспериментальная проверка метронома с новым шарниром. Получены следующие результаты зависимости смещения от времени:

Время, Мс	0.00	5.01	10.09	13.98	16.62	18.01	22.53	25.33	28.03	30.42	32.06	33.62
Смещение, мм	0.00	0.18	1.05	1.73	2.35	2.96	3.76	4.48	5.28	6.12	7.09	8.00

Установите функциональную зависимость смещения от времени. Сравнить использование различных типов функциональной зависимости.

## Вариант 3

В таблице приведены средние значения роста лиц мужского пола в возрасте от 4 до 17 лет.

Возраст, годы	Рост, см	Возраст, годы	Рост, см
4	103,9	11	142,8
5	111,5	12	147,9
6	117,1	13	153,7
7	122,4	14	160,0
8	128,0	15	166,0
9	133,1	16	170,9
10	137,9	17	173,2

Для аппроксимации этих данных Бергаланфи предложил формулу

$$y = a \cdot (1 - b \cdot e^{-kt}),$$

где  $a$ ,  $b$  и  $k$  - постоянные величины, которые требуется определить. Найти наилучшие значения этих постоянных методом наименьших квадратов, а также методом наименьших квадратов найдите полиномиальную зависимость, сравните результаты.

## Вариант 4

Функция задает взаимосвязь между весом человека  $x$  и его ростом  $y$ , имеются пары наблюдений 10 случайно выбранных человек

$x, кг$	67,3	68,3	70,9	70	65,9	68,2	71,8	74	71,9	69,5
$y, м$	1,74	1,69	1,82	1,79	1,61	1,83	1,95	1,92	1,81	1,75

Требуется аппроксимировать полученные данные. Проанализировать использование различных типов функциональной зависимости.

## Вариант 5

В таблице приведены данные американского Бюро переписи населения, характеризующие численность населения Соединенных Штатов:

Год	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970
Насе- Ление	75994575	91972266	105710620	122775046	131669275	150697361	179323175	203235298

Как известно, для этой  $n=7$  таблицы ( $n=7$ ) существует единственный интерполяционный полином 7-й степени. Рассмотрим четыре представления этого полинома:

$$\begin{aligned} & \sum_{j=0}^7 a_j t^j, \\ & \sum_{j=0}^7 b_j (t-1900)^j, \\ & \sum_{j=0}^7 c_j (t-1935)^j, \\ & \sum_{j=0}^7 d_j \left(\frac{t-1935}{35}\right)^j. \end{aligned}$$

В точной арифметике не имеет значения, каким представлением пользоваться, но с вычислительной точки зрения одни предпочтительнее других. Для каждого из этих полиномов запишите матрицу системы для коэффициентов размера  $8 \times 8$  и оцените ее число обусловленности. Интерполируйте данные полиномом, отвечающим наилучшей обусловленности матрицы, а также кубическим сплайном. Постройте графики. Какова будет численность в 1980 году (на самом деле она составила 226547082).

## Вариант 6

В ходе физического эксперимента получены следующие данные с интервалом 1с (первое наблюдение выполнено в момент  $t=1,0$ ):

$t=1, \dots, 9$	$t=10, \dots, 18$	$t=19, \dots, 25$
5,0291	7,5677	14,5701
6,5099	7,2920	17,0440
5,3666	10,0357	17,0398
4,1272	11,0708	15,9069
4,2948	13,4045	15,4850
6,1261	12,8415	15,5112
12,5140	11,9666	17,6572
10,0502	11,0765	
9,1614	11,7774	

Подберите аппроксимирующий полином методом наименьших квадратов. Аппроксимируйте данные моделью:

$$y(t) = x_1 \cdot 1 + x_2 \cdot t + x_3 \cdot \sin(t)$$

Проанализируйте результаты.

### Вариант 7

За период с 1981 по 1993 г. были собраны данные о средней посещаемости ( $y_t$ ) основных мероприятий городского культурного центра:

Годы	t	$y_t$ (тыс. чел.)	Годы	t	$y_t$ (тыс. чел.)
1981	1	5,0	1988	8	5,0
1982	2	8,0	1989	9	14,1
1983	3	2,1	1990	10	13,0
1984	4	7,1	1991	11	13,5
1985	5	4,8	1992	12	14,2
1986	6	2,0	1993	13	14,0
1987	7	7,8			

Аппроксимируйте исходные данные, спрогнозируйте посещаемость на 1994 год. Проанализировать использование различных типов функциональной зависимости.

### Вариант 8

Руководство некоторой фирмы, выпускающей электронные приборы, хочет спрогнозировать продажи своей продукции. Предполагается, что объясняющей переменной могут быть затраты на научно-исследовательские разработки (НИР). Были собраны данные о продажах и затратах на НИР за 1985-2005 гг.:

Год	Продажи $y$ (тыс. долл.)	Затраты на НИР $x$ (тыс. долл.)
1985	3307	273,4
1986	3556	291,3
1987	3601	306,9
1988	3721	317,1
1989	4036	336,1
1990	4134	349,4
1991	4268	362,9
1992	4578	383,9
1993	5093	402,8
1994	5716	437,0
1995	6357	472,2
1996	6769	510,4
1997	7296	544,5
1998	8178	588,1
1999	8844	630,4
2000	9251	685,9
2001	10006	742,8
2002	11200	801,3
2003	12500	903,1
2004	13101	983,6
2005	13640	1076,7

Подберите модель аппроксимирующую исходные данные. Спрогнозируйте продажи на 2006, 2007 годы.

### Вариант 9

Дана функция  $f(t) = 5 + 2,5 \sin(0.5 t)$ .

1. На интервале  $[a,b] = [0.8; 6.4]$  произвести аппроксимацию функции  $f(t)$  на  $[a,b]$  с шагом  $\Delta t = 0,05$  обобщенным рядом Фурье по системе ортогональных (или ортонормированных) на  $[a,b]$  с весом  $\rho(t)$  базисных функций (Лежандра, Чебышева и тригонометрических)  $\Psi_r(t)$ ,  $r = 1, 2, \dots, m$ . Определить на  $[a,b]$  погрешности аппроксимации и выбрать оптимальные базисные функции.

Проанализировать влияние числа  $m$  учитываемых членов ряда Фурье на точность аппроксимации, изменяя параметр  $m$  от  $m_{\min} = 3$  до  $m_{\max} = 7$  с шагом  $\Delta m = 1$ .

2. На интервале  $[a,b]$  произвести аппроксимацию функции  $f(t)$  на  $[a,b]$  с шагом  $\Delta t$  методами Лагранжа и кубическими сплайнами. Определить на  $[a,b]$  погрешности аппроксимаций.

### Вариант 10

Дана функция  $f(t) = 1.5 e^{-0,5 t} \cos(0.5 t)$ .

1. На интервале  $[a,b] = [0;7]$  произвести аппроксимацию функции  $f(t)$  на  $[a,b]$  с шагом  $\Delta t = 0.05$  методом наименьших квадратов по степенным базисным функциям. Определить на  $[a,b]$  погрешности аппроксимации для различных степеней обобщенного многочлена и выбрать оптимальную степень.

2. На интервале  $[a,b]$  произвести аппроксимацию функции  $f(t)$  на  $[a,b]$  с шагом  $\Delta t$  обобщенным рядом Фурье по системе ортогональных (или ортонормированных) на  $[a,b]$  с весом  $\rho(t)$  базисных функций Лагерра  $\Psi_r(t)$ ,  $r = 1, 2, \dots, m$ . Определить на  $[a,b]$  погрешности аппроксимации.

Проанализировать влияние числа  $m$  учитываемых членов ряда Фурье на точность аппроксимации изменяя параметр  $m$  от  $m_{\min} = 3$  до  $m_{\max} = 7$  с шагом  $\Delta m = 1$ .

### Вариант 11

Дана функция  $f(t) = 10 - 5 \sin(t)$ .

1. На интервале  $[a,b]=[0.5;4.5]$  произвести аппроксимацию функции  $f(t)$  на  $[a,b]$  с шагом  $\Delta t = 0.025$  методом наименьших квадратов по степенным базисным функциям. Определить на  $[a,b]$  погрешности аппроксимации для различных степеней обобщенного многочлена и выбрать оптимальную степень.

2. На интервале  $[a,b]$  произвести аппроксимацию функции  $f(t)$  на  $[a,b]$  с шагом  $\Delta t$  методами Ньютона и кубическими сплайнами. Определить на  $[a,b]$  погрешности аппроксимаций.

### Вариант 12

Функция  $y = f(x)$  задана следующей таблицей значений

X	10	20	30	40	50	60	70	80
Y	4,7	6,7	8,1	9,4	10,6	11,2	12,6	13,4

1 Методом наименьших квадратов аппроксимировать  $y = f(x)$  :

- а) полиномом;
- б) рядом Фурье;
- в) функцией вида  $a \cdot \lg(b \cdot x)$ ;
- г) функцией вида  $a \cdot e^{b \cdot x}$ ;
- д) функцией вида  $a \cdot x^b$ .

Сравнить величины среднеквадратических отклонений. Каждой из найденных функций вычислить  $f(35)$ .

2 Для функции построить интерполяционный кубический сплайн и с его помощью вычислить приближенно  $f(35)$ ,  $f'(35)$  и  $\int_{10}^{40} f(x) dx$ .

### 2.1.2. Исследование и решение дифференциальных уравнений

Некоторый процесс, явление или объект описан задачей Коши для системы дифференциальных уравнений (по вариантам). Нужно исследовать и решить эту задачу Коши, провести анализ.

Требуется решить следующие подзадачи.

1. Исследовать систему на жесткость и на основе исследования выбрать метод решения системы дифференциальных уравнений.
2. Проинтегрировать систему дифференциальных уравнений выбранным методом.
3. Полученное решение системы аппроксимировать сплайнами третьего порядка, построить графики.
4. Провести варьирование входных данных (т.е. параметры уравнений), проанализировать результаты.
5. Провести контрольные расчеты с помощью системы Scilab.
6. Построить схемы алгоритмов программы.
7. Оформить отчет.

Далее приведены варианты заданий.

#### Вариант 1

Исследовать и решить задачу Коши для системы ОДУ из химической кинетики Гир [1969],

$$dy/dx = f(y), \quad y \in R^3,$$

где

$$\begin{aligned} f_1 &= -0.013 y_1 + 10^3 y_1 y_3 \\ f_2 &= 2.5 + 10^3 y_2 y_3 \\ f_3 &= 0.013 y_1 - 10^3 y_1 y_3 - 2.5 \cdot 10^3 y_2 y_3 \end{aligned}$$

с начальными условиями  $y(0) = (1 \ 1 \ 0)$

$y_3$  представляет собой концентрацию очень активного вещества, являющегося некоторым промежуточным продуктом в ходе реакции, и всегда остается малым. Концентрация  $y_1$  монотонно убывает, а концентрация  $y_2$  монотонно возрастает. Концентрация  $y_3$  возрастает до некоторого максимума, после чего монотонно убывает (нетрудно показать, что  $y_3 < 1.3 \cdot 10^{-5}$ ).

### Вариант 2

Исследовать и решить задачу Коши для системы ОДУ из химической кинетики Линдберг [1974],

$$dy/dx = f(y), \quad y \in R^4,$$

где

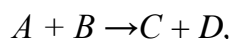
$$\begin{aligned} f_1 &= -k_1 y_1 y_2 + k_3 y_3 \\ f_2 &= k_3 y_3 - 2k_2 y_2 y_2 - k_1 y_1 y_2 \\ f_3 &= -k_3 y_3 + k_1 y_1 y_2 \\ f_4 &= -k_4 y_4 + k_2 y_2 y_2 \end{aligned}$$

с начальными условиями  $y(0) = (1 \ 1 \ 0 \ 0)$   
и коэффициентами  $k = (10^2 \ 10^4 \ 0 \ 0)$

### Вариант 3

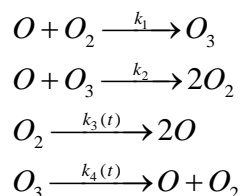
Важная задача химической кинетики заключается в том, чтобы описать эволюцию во времени концентрацией набора реагентов, исходя из их начальных значений и констант скоростей реакций.

Бимолекулярная реакция записывается в виде



который означает, что реагенты  $A$  и  $B$  порождают продукты реакции.

В качестве примера исследуем простую модель озона в атмосфере. Предположим, что атмосфера Земли представляет собой замкнутую систему с неизменными температурой и объемом, и рассмотрим одновременное взаимодействие трех реагентов: свободного кислорода  $O$ , озона  $O_3$  и молекулярного кислорода  $O_2$ . Механизм реакций этих веществ таков:



Запись  $k_3(t)$  и  $k_4(t)$  означает, что у этих двух «констант» скорости значения меняются со временем. Это вызвано тем, что две последние реакции описывают влияние солнечного света, под воздействием которого молекулярный кислород и озон «фотодиссоциируют».

Эта модель основана на весьма спорных предположениях, в частности на допущении, что концентрации не зависят от высоты. Как бы то ни было, описанный выше процесс позволяет выписать дифференциальные уравнения

$$\begin{aligned}
[O]' &= -k_1[O][O_2] - k_2[O][O_3] + 2k_3(t)[O_2] + k_4(t)[O_3] \\
[O_3]' &= k_1[O][O_2] - k_2[O][O_3] - k_4(t)[O_3]
\end{aligned}$$

Поскольку значения  $[O_2]$  на много порядков больше концентраций  $[O]$  и  $[O_3]$ , можно допустить, что на концентрацию молекулярного кислорода два других реагента существенного влияния не оказывают и ее можно считать постоянной во времени. Вот почему игнорируется соответствующее дифференциальное уравнение. Значения констант  $k_1$  и  $k_2$  известны:

$$k_1 = 1.63 \cdot 10^{-16}, k_2 = 4.66 \cdot 10^{-16}.$$

Две другие константы скоростей меняются дважды в сутки; они описываются формулами

$$k_i(t) = \begin{cases} \exp(-c_i/\sin \omega t), & \sin \omega t > 0 \\ 0, & \sin \omega t \leq 0, \quad i = 3, 4 \end{cases}$$

в которых  $\omega = \pi/43\,200 \text{ с}^{-1}$  ( $= \pi/12 \text{ ч}^{-1}$ ),  $c_3 = 22.62$ ,  $c_4 = 7.601$ . Значения  $k_3$  и  $k_4$  резко возрастают «на рассвете» ( $t = 0$ ), достигают максимума «в полдень» ( $t = 6 * 3600 \text{ с}$ ) и падают до нуля «на закате солнца» ( $t = 12 * 3600 \text{ с}$ ). Время  $t$  измеряется в секундах.

Разумно взять следующие начальные значения:

$$[O](0) = 10^6 \text{ см}^{-3}, [O_3](0) = 10^{12} \text{ см}^{-3}, [O_2](0) = 3.7 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}.$$

#### Вариант 4

Пушечное ядро старинного образца или ракета, запускаемая под малым углом возвышения, стартует с начальной скоростью  $v(0) = v_0$  под углом возвышения  $\theta(0) = \theta_0$ . Требуется определить траекторию полета в прямоугольной декартовой системе координат (с центром в точке старта, горизонтальной осью  $x$  и вертикальной осью  $y$ ). На снаряд действуют только следующие силы: сила тяжести  $mg$  в вертикальном направлении, реактивная тяга  $T(t)$  в направлении вектора скорости ( $T=0$  в случае пушечного ядра), аэродинамическое сопротивление, направленное противоположно вектору скорости, и сила ветра  $W(t)$ , действующая, по предположению, только в направлении оси  $x$ . Уравнения, описывающие полет снаряда, таковы:

$$\begin{aligned}
x' &= v \cos \theta + W, \\
y' &= v \sin \theta, \\
\theta' &= -g/v \cos \theta, \\
m v' &= T - D - mg \sin \theta - m' v
\end{aligned}$$

Для нашей задачи можно взять  $D(t) = c p s v^2 / 2$ , где  $c = 0.2$  - коэффициент сопротивления,  $p = 1.29 \text{ кг/м}^3$  - плотность воздуха,  $s = 0.25 \text{ м}^2$  - площадь поперечного сечения снаряда,  $g = 9.81 \text{ м/с}^2$  - ускорение свободного падения, и  $v_0 = 50 \text{ м/с}$ .

(а) Пусть  $T = 0$ ,  $m = 15 \text{ кг}$ ,  $m' = 0$  и  $W(t) = 0$ . Для углов возвышения  $0.3 \leq \theta_0 \leq 1.5$  с шагом в одну десятую радиана получите таблицу, содержащую дальность полета, конечную скорость и время полета. Напечатайте также данные об объеме работы, измеряемом числом обращений к подпрограмме расчета функций  $f$ .

Исходя из вашей таблицы, оцените угол возвышения, при котором дальность полета максимальна.

(б) Пусть теперь  $W(t) = 10$  м/с,  $1 \leq t \leq 2$ . Повторите вычисления пункта (а). Поскольку  $W$  действует только в горизонтальном направлении, время полета не должно измениться, однако точка приземления отодвинется примерно на 10м. Окажется ли эта задача более трудной для вашей программы? Почему?

(в) Снаряд запускается при порывистом ветре. Повторите вычисления пункта (а), полагая  $W(t) = 10 \times \text{RNOR}()$ ,  $1 \leq t \leq 2$ , где  $\text{RNOR}()$  - нормально распределенная случайная величина с нулевым средним и единичной дисперсией. Почему эта задача оказывается еще более трудной для вашей программы?

## Вариант 5

Рассмотрим простую экосистему, состоящую из кроликов, для которых имеется неограниченный запас пищи, и лис, которые для пропитания охотятся за кроликами. Классическая математическая модель, принадлежащая Вольтерра, описывает эту систему двумя нелинейными уравнениями первого порядка:

$$\begin{aligned} dr/dt &= 2r - \alpha \cdot r \cdot f, r(0) = r_0, \\ df/dt &= -f + \alpha \cdot r \cdot f, f(0) = f_0. \end{aligned}$$

Здесь  $t$ -время,  $r = r(t)$  - число кроликов,  $f = f(t)$  - число лис и  $\alpha$  - положительная константа. При  $\alpha = 0$  две популяции не взаимодействуют, и кролики делают то, что у кроликов получается лучше всего, а лисы вымирают от голода. При  $\alpha > 0$  лисы встречают кроликов с вероятностью, пропорциональной произведению числа тех и других. В результате таких встреч число кроликов убывает, а число лис (по менее очевидным причинам) возрастает.

Исследуйте поведение этой системы для  $\alpha = 0.01$  и различных значений  $r_0$  и  $f_0$ , простирающихся от 2 или 3 до нескольких тысяч. Нарисуйте графики наиболее интересных решений. Начертите также график с осями  $r$  и  $f$ . Поскольку мы умалчиваем о единицах измерения, нет причин ограничивать  $r$  и  $f$  только целыми значениями.

(а) Вычислите решение для  $r_0 = 300$  и  $f_0 = 150$ . Вы должны обнаружить, что поведение системы периодически с периодом, очень близким к 5 единицам времени. Иными словами,  $r(0) \approx r(5)$  и  $f(0) \approx f(5)$ .

(б) Вычислите решение для  $r_0 = 15$  и  $f_0 = 22$ . Вы должны получить, что число кроликов в конечном счете становится меньше 1. Это можно интерпретировать так, что кролики вымирают. Найдите начальные условия, которые обрекают на вымирание лис. Найдите начальные условия с  $r_0 = f_0$ , при которых вымирают оба вида.

(в) Может ли какая-либо компонента точного решения стать отрицательной? Может ли стать отрицательным численное решение? Что произойдет в этом случае? (На практике ответы на последние два вопроса могут зависеть от заданных вами границ погрешностей.)

(г) Было предложено много модификаций этой простой модели, чтобы более полно отразить то, что происходит в природе. Например, можно воспрепятствовать неограниченному возрастанию числа кроликов, заменив первое уравнение на



$$\frac{dr}{dt} = 2\left(1 - \frac{r}{R}\right)r - \alpha \cdot r \cdot f$$

Теперь даже при  $\alpha = 0$  число кроликов никогда не может превысить  $R$ . Выберите какое-либо разумное значение для  $R$  и вновь рассмотрите некоторые из поставленных вопросов. В частности, что произойдет с периодичностью решений?

### Вариант 6

Приводимые ниже дифференциальные уравнения описывают движение тела по орбите около двух значительно более массивных тел. Примером может служить капсула корабля «Аполлон» на орбите Земля-Луна. Координатная система здесь несколько необычная. Три тела определяют в пространстве плоскость и двумерную декартову систему координат в этой плоскости. Начало находится в центре масс двух тяжелых тел; за ось  $x$  берется прямая, проходящая через эти тела, а расстояние между ними принимается за единицу. Итак, если ( $\mu$  - отношение массы Луны к массе Земли, то Луна и Земля локализируются в точках с координатами  $(1 - \mu, 0)$  и  $(-\mu, 0)$  соответственно; координатная система перемещается при обращении Луны вокруг Земли. По предположению масса третьего тела, «Аполлона», пренебрежимо мала в сравнении с двумя другими; его положение как функция времени есть  $(x(t), y(t))$ . Уравнения выводятся из ньютонова уравнения движения и гравитационного закона обратных квадратов. Первые производные в уравнениях возникают вследствие вращения системы координат и трения, которое полагается пропорциональным скорости с константой пропорциональности  $f$ :

$$x'' = 2y' + x - \frac{\tilde{\mu}(x + \mu)}{r_1^3} - \frac{\mu(x - \tilde{\mu})}{r_2^3} - f \cdot x'$$

$$y'' = -2x' + y - \frac{\tilde{\mu}y}{r_1^3} - \frac{\mu y}{r_2^3} - f \cdot y'$$

где  $\mu = 1/82.45$ ,  $\tilde{\mu} = 1 - \mu$ ,  $r_1^2 = (x + \mu)^2 + y^2$ ,  $r_2^2 = (x - \tilde{\mu})^2 + y^2$ .

Хотя об этих уравнениях известно многое, найти их решения в замкнутом виде не удастся. Один интересный круг вопросов связан с изучением периодических решений в отсутствие трения. Известно, что начальные условия  $x(0) = 1.2$ ,  $x'(0) = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = -1.04935751$

приводят к периодическому решению с периодом  $T = 6.19216933$ , если  $f=0$ . Это означает, что «Аполлон» стартует с указанной начальной скоростью, находясь за дальней стороной Луны на высоте, примерно равной 0.2 расстояния Земля-Луна. Получающаяся орбита приводит «Аполлон» очень близко к Земле, затем далеко за противоположную от Луны сторону Земли, потом снова близко к Земле и, наконец, обратно за дальнюю сторону Луны в исходное положение и с исходной скоростью.

(а) Решите задачу при указанных начальных условиях. Убедитесь, что решение будет периодическим с приведенным выше периодом. Насколько орбита приближает «Аполлон» к Земле? В уравнениях расстояния измеряются от центров планет. Считайте, что Луна находится на расстоянии 238000 миль от Земли, а Земля является шаром радиусом 4000 миль. Отметим, что начало координат попадает внутрь этого шара, но не совпадает с его центром.

(б) Положив  $f = 1$ , проинтегрируйте уравнение на отрезке  $0 < t < 5$  при тех же начальных условиях, что и в (а). Нарисуйте решение на фазовой плоскости, т.е. по-

стройте график в координатах  $x(t)$  и  $y(t)$ . При рассматриваемых условиях «Аполлон» будет «захвачен» Землей и в конце концов упадет на нее.

(в) Положив  $f = 0.1$ , повторите расчет из пункта (б). Посмотрите на фазовую плоскость. Можете ли вы объяснить, что случилось? Разобраться в ситуации будет легче, если проинтегрировать уравнение на большем интервале, скажем вплоть до  $t = 8$ .

### Вариант 7

Одним из наиболее важных и ранних приложений дифференциальных уравнений в аэродинамике стало уравнение Блазиуса

$$2f''' + f \cdot f'' = 0,$$

описывающее профиль скорости несжимаемого газа при обтекании плоской пластины. Для обозначения независимой переменной обычно выбирается буква  $\eta$ . Начальные условия:  $f(0) = f'(0) = 0$ . Также известно, что  $f'(\eta) \rightarrow 1$  при  $\eta \rightarrow \infty$

(а) Решая задачу поэкспериментируйте с выбором значения для третьего начального условия. Затем нарисуйте график с осями  $\eta$  и  $f'(\eta)$  и сравните ваши результаты с опубликованными стандартными профилями (ответ:  $f''(0) = 0.332$ .) Предостережение. По мере того как  $f'$  стремится к константе,  $f'' \rightarrow 0$ . Если  $f''$  становится достаточно малым, то возможно исчезновение порядка. В известном отношении такое событие следует рассматривать как удачу, а не как провал; в то же время прерывание программы по этой причине было бы крайне досадным. Некоторые трансляторы позволяют генерировать машинные нули при исчезновении порядка, и в данном случае такой способ подходит.

(б) Толщина потери импульса для несжимаемого течения оказывается пропорциональной величине

$$\theta(u) = \int_0^u f' \cdot (1 - f') d\eta$$

Определите  $\theta$ .

### Вариант 8

Задача о разведчике (задача В.И. Малыхина /7/).

В одном засекреченном городке ровно 100 000 рабочих и служащих работало на трех крупных заводах А, В и С (других заводов в городе не было). Разведчику удалось достать данные о текучести кадров. Оказалось, что за год из каждой тысячи работающих с завода А — 20 человек переходит на завод В и 15 человек — на завод С, в то же время с завода В — 7 человек переходит на завод А и 10 человек на завод С, наконец, с завода С 10 человек переходит на завод В и 8 человек на завод А. Городок тем не менее жил стабильной спокойной жизнью уже много лет. В этих условиях разведчику удалось установить численность работающих на каждом из заводов.

Данная задача описывается в виде системы дифференциальных уравнений.

Пусть  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$  — численность работающих на заводе А, В и С, соответственно. Тогда текучесть кадров на упомянутых заводах соответствует скорости изменения численности работающих и, следовательно, равна первым производным функций  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$  по  $t$ .

Получается следующая система дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = -0.0350x + 0.007y + 0.008z$$

$$\frac{dy}{dt} = 0.020x - 0.017y + 0.010z$$

$$\frac{dz}{dt} = 0.015x + 0.010y - 0.018z$$

$$x(0) + y(0) + z(0) = 100000$$

Последнее равенство, добавленное к системе трех линейных дифференциальных уравнений, описывающих текучесть кадров, представляет собой так называемое нормировочное уравнение. С другой стороны это соотношение определяет начальные условия задачи Коши приведенной системы.

### Вариант 9

Исследовать объект управления (электропривод постоянного тока), математической моделью которого является следующая система линейных дифференциальных уравнений:

$$x''' + 4x'' + 5x' + 2x = mu'' + 2u' + u \quad (\text{Б.1})$$

$$x'' + 4x' + 5x = u' + u \quad (\text{Б.2})$$

где  $x$  – регулируемая переменная,  $u$  – управление. Уравнение (Б.1) является моделью объекта управления, уравнение (Б.2) – моделью цепи обратной связи (регулятора). Система уравнений (Б.1) и (Б.2), рассматриваемая совместно, является математической моделью замкнутой цепи.

Рассмотрим случай при  $m=1$ . Исключив переменную  $u$  из уравнений (Б.1) и (Б.2), получим уравнение замкнутой системы относительно переменной  $x$ :

$$x''' + 5x'' + 7x' + 3x = 0 \quad (\text{Б.3})$$

с начальными значениями  $x(0) = x'(0) = x''(0) = x'''(0) = 0$

Замечание. Для исследования объекта воспользуйтесь уравнением (Б.3) (хотя для более тщательного исследования этого не достаточно смотри /12/), результаты численного решения сравните с точным решением

$$x = c_1 \cdot e^{-3t} + (c_2 \cdot t + c_3) \cdot e^{-t}$$

Рассмотрите случай при  $m=1,0001$  и при  $m=0,9999$ . При этом точное решение будет иметь вид

$$x = c_1 \cdot e^{-3t} + (c_2 \cdot t + c_3) \cdot e^{-t} + c_2 \cdot e^{-1000t} \quad \text{и}$$

$$x = c_1 \cdot e^{-3t} + (c_2 \cdot t + c_3) \cdot e^{-t} + c_2 \cdot e^{1000t}$$

## 2.2. Этапы выполнения курсовой работы

Темы курсовых работ предлагаются преподавателем в начале текущего семестра. На курсовой работу студент получает задание, оформленное на специальном бланке, в котором указываются наименование дисциплины и темы курсовой работы, содержание работы (возможное оглавление, вопросы которого необходимо рас-

крыть, перечень расчетов, чертежей, список источников, которые можно использовать в процессе работы), а также сроки выдачи задания и сдачи работы. Форма задания на курсовую работу дана в Приложение Г. Кроме того, преподаватель устанавливает сроки промежуточного контроля и оговаривает сроки их проведения. В процессе выполнения студентом курсовой работы преподаватель проводит консультации, в процессе которых:

1. ведет контроль хода выполнения курсовой работы,
2. отвечает на возникающие вопросы,
3. утверждает техническое задание,
4. согласует состав и структуру пояснительной записки и доклада,
5. на основе анализа представленных ему приложения и пояснительной записки допускает или не допускает студента к защите курсовой работы.

В процессе проведения консультаций студент:

1. уточняет и согласовывает с преподавателем конкретную предметную тему выполняемой работы,
2. оформляет и утверждает у преподавателя техническое задание на выполняемую работу,
3. согласовывает вопросы, касающиеся конкретного оформления текста работы,
4. согласовывает и утверждает структуру и содержание доклада,
5. знакомится с техническими средствами, используемыми для проведения доклада.

В случае несоблюдения установленных сроков сдачи на проверку промежуточных результатов курсовой работы преподаватель вправе снизить оценку.

Защита курсовой работы является формой проверки знаний студента по дисциплине, умения им логично излагать материал, обосновывать предложенные решения, корректно вести дискуссию. Защита состоит из 10-минутного доклада студента и ответов на заданные вопросы. Основные положения и наиболее значительные результаты работы должны быть представлены слушателям в виде презентации, выполненной например, в формате Microsoft PowerPoint.

### **3. ТРЕБОВАНИЯ К СОДЕРЖАНИЮ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ КУРСОВОЙ РАБОТЫ**

#### **3.1. Титульный лист**

Титульный лист является первой страницей работы и выполняется строго по образцу (Приложение А). Титульный лист должен содержать следующие сведения:

- полное наименование учебного заведения;
- указание филиала;
- указание кафедры;
- название дисциплины и темы;
- сведения об исполнителе (Ф.И.О., курс, группа);
- сведения о научном руководителе (Ф.И.О., ученая степень, занимаемая должность);
- дата защиты, оценка за курсовую работу и подпись руководителя.

#### **3.2. Оглавление**

Содержание включает введение, наименование всех разделов, подразделов, пунктов (если они имеют наименование), заключение, список использованных источников и наименование приложений с указанием номеров страниц, с которых начинаются эти элементы.

Пример составления структурного элемента «ОГЛАВЛЕНИЕ» представлен в Приложении Б.

#### **3.3. Введение**

Введение должно содержать:

- обоснование темы работы и актуальность выбранной темы;
- оценку современного состояния решаемой задачи;
- основание и исходные данные для разработки темы;
- краткое описание методов и средств, с помощью которых будут решаться поставленные задачи;
- краткое изложение ожидаемых результатов.

Рекомендуемый объем введения составляет 1,5–2,0 страницы машинописного текста.

#### **3.4. Основная часть**

В основной части пояснительной записки приводят данные, отражающие сущность, методику и основные результаты выполненной работы.

Основная часть должна содержать:

- подробное изложение материала в соответствии с заданием;
- обоснование выбора направления исследований, методы решения задачи и их сравнительную оценку, описание выбранной методики проведения исследований по теме курсовой работы;

Наименования разделов основной части должны отражать этапы выполнения задания. Состав и объем основной части курсовой работы определяют совместно студент и руководитель.

### **3.5. Заключение**

Заключение должно содержать:

- краткие выводы по результатам выполненной работы;
- оценку полноты решения поставленных задач;
- рекомендации по конкретному использованию результатов работы, ее научную и практическую значимость.

Рекомендуемый объем заключения составляет 0,5–1,0 страницы машинописного текста.

### **3.6. Список использованной литературы**

Список должен содержать сведения об источниках, использованных при составлении пояснительной записки.

Пример оформления структурного элемента «СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ» приведен в Приложении В.

### **3.7. Приложения**

Приложение – часть текста, имеющая дополнительное (справочное или второстепенное) значение, необходимое для более полного освещения темы работы.

Приложения должны относиться к пояснительной записке в целом или к отдельным её разделам, а не к отдельным частным вопросам. Не допускаются приложения, не имеющие прямого отношения к теме проекта (работы).

В приложениях целесообразно приводить: промежуточные математические доказательства, формулы и расчёты; таблицы вспомогательных цифровых данных; протоколы испытаний; графический материал большого объема и/или формата, методы расчётов; инструкции, методики, разработанные в процессе выполнения задания; иллюстрации вспомогательного характера; описания алгоритмов и программ задач, решаемых с использованием компьютера, и т.д.

Приложения оформляют как продолжение пояснительной записки.

## **4. ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ ПОЯСНИТЕЛЬНОЙ ЗАПИСКИ КУРСОВОЙ РАБОТЫ**

### **4.1. Общие требования**

Курсовая работа выполняется на стандартных листах формата А4 (210x297 мм). Объем работы должен составлять 25-30 страниц текста, набранного шрифтом Times New Roman черного цвета с полуторным интервалом, размер шрифта – 12. Полуужирный шрифт не применяется. Выравнивание - по ширине; абзацный отступ – 12,5 мм (5 знаков); расстояние между заголовками раздела и подраздела, и текстом - одна пустая строка. Напечатанный текст должен иметь поля: верхнее - 20 мм, правое - 10 мм, левое - 30 мм, нижнее - 20 мм. Текст работы должен быть подготовлен в текстовом процессоре MS Word или аналогичной по возможностям программе.

Все страницы должны иметь сквозную нумерацию внизу и справа страницы. Страницы пояснительной записки нумеруются арабскими цифрами, соблюдая сквозную нумерацию по всему тексту документа. Первой страницей является титульный лист, но номер на нем не должен отображаться. На последующих страницах номер ставят в правом нижнем углу.

Если в пояснительной записке есть рисунки и таблицы, располагающиеся на отдельных страницах, их необходимо включать в общую нумерацию. Размер шрифта номера страницы – 12.

### **4.2. Построение пояснительной записки**

Наименование структурных элементов пояснительной записки «ОГЛАВЛЕНИЕ», «ВВЕДЕНИЕ», «ОСНОВНАЯ ЧАСТЬ», «ЗАКЛЮЧЕНИЕ», «СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ» служат заголовками структурных элементов пояснительной записки.

Основную часть пояснительной записки следует делить на разделы (главы), подразделы и пункты. При делении текста документа на пункты необходимо, чтобы каждый пункт содержал законченную информацию.

Заголовки разделов (глав) оформляют без переносов в словах, без точки в конце текста заголовка.

Перед заголовком подраздела, если он помещен не в начале страницы, и после него должно быть не менее трех строк текста. Если текст не помещается, то заголовок рекомендуется перенести на другую страницу.

Максимальная длина текста в строке заголовка раздела должна быть меньше на 10 мм, чем в основном тексте.

### **4.3. Нумерация разделов, подразделов, пунктов и подпунктов пояснительной записки**

Разделы (главы) имеют порядковую нумерацию в пределах всего текста, за исключением приложений, и обозначаются арабскими цифрами без точки. *Например:* 1, 2, 3, и т.д.

Подраздел нумеруется в пределах каждого раздела. Номер подраздела состоит из номера раздела и подраздела, разделенные точкой, в конце подраздела точка не ставится. *Например:* 1.1, 1.2, 1.3 и т. д.

Аналогично нумеруются пункты подраздела.

*Например:* 1.1.1, 1.1.2, 1.1.3 и т. д.,  
1.1.1.1, 1.1.1.2, 1.1.1.3 и т. д.

#### 4.4. Иллюстрации

Любое графическое изображение материала (рисунок, схема, фотография, диаграмма, график, компьютерная распечатка, фрагмент ксерокопии, фрагмент листинга программы и т.д.) считается иллюстрацией и обозначается по тексту как рисунок.

Иллюстрации могут быть цветные.

На все иллюстрации должны быть даны ссылки в тексте пояснительной записки.

Иллюстрации могут быть расположены как по тексту документа, так и в конце его. Иллюстрацию следует располагать в документе непосредственно после текста, в котором она упоминается впервые или на следующей странице.

Крупные рисунки допускается размещать на отдельных страницах, и, при необходимости, вдоль длинной стороны листа.

Иллюстрации следует нумеровать арабскими цифрами.

*Например:* Рисунок 1, Рисунок 2, Рисунок 3 и т. д. {сквозная нумерация}

Рисунок 1.1, Рисунок 1.2 и т. д. {в пределах раздела}

Рисунок А.3, Рисунок Б.1 и т. д. {в приложениях}

При ссылках на иллюстрации следует указать их обозначение.

*Например:* «... в соответствии с рисунком 2»;

«... в соответствии с рисунком 1.2».

Иллюстрации должны иметь наименование. Точку в конце наименования рисунков не ставят.

*Например:*

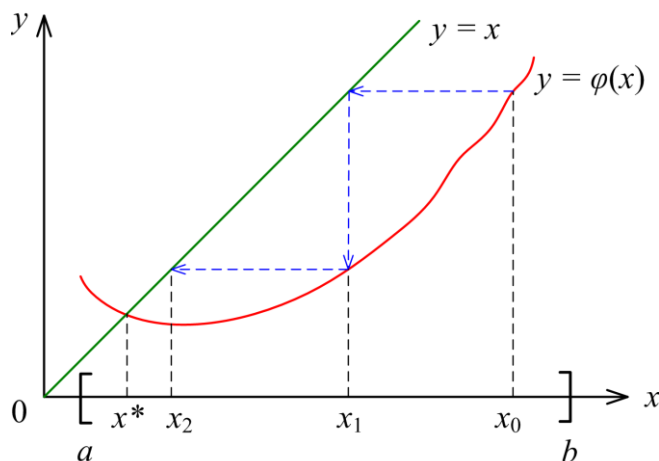


Рисунок 1 - Пример информационного изображения зависимостей



## 4.5. Формулы

При описании математических формул нужно использовать редактор формул, например, *Microsoft Equation*.

Уравнения и формулы включаются в предложение как его равноправный элемент. Поэтому в конце уравнения и в тексте перед ними знаки препинания расставляют в соответствии с правилами пунктуации, так как формула не должна нарушать грамматической структуры фразы. Двоеточие перед уравнением (формулой) ставят лишь в тех случаях, когда оно необходимо по правилам пунктуации:

- в тексте перед формулой стоит обобщающее слово. *Например*: «В результате получаем следующее соотношение:

[Запись формулы].»;

- этого требует построение текста, предшествующее формуле. *Например*: «Таким образом, производную  $n$ -го порядка можно выразить через производные первого, второго, ...,  $(n-1)$ -го порядков:

[Запись формулы].».

Нумеруются только те формулы, на которые в тексте документа есть ссылки. При ссылке в тексте порядковые номера формул заключают в скобки.

Для формул, за исключением формул в приложении, применяется сквозная нумерация (допускается нумерация в пределах раздела) арабскими цифрами в круглых скобках в крайнем правом положении в строке.

Все использованные в формуле символы и числовые коэффициенты должны быть расшифрованы непосредственно после формулы.

Индексы, относящиеся к математическим знакам с пределами, и знаки над буквами и цифрами должны быть написаны точно под (над) этими знаками.

*Пример*:

$$\sum_{m=0}^{\infty} x_m; \bar{\alpha}, \hat{\delta}, \vec{k}.$$

Скобки должны полностью охватывать по высоте заключенные в них формулы. Открывающиеся и закрывающиеся скобки одного вида должны быть одинаковой высоты. В случае применения одинаковых по начертанию скобок внешние скобки должны быть большего размера, чем внутренние.

*Пример*:

$$y=k[a(b+c(x-5))].$$

Знак умножения в виде крестика ( $\times$ ) применяется при переносе формулы с одной строки на другую на знаке умножения.

Многоточие внутри формулы применяется в виде трех точек на нижней линии строки. Запятые (при перечислении величин), а также знаки сложения, вычитания и равенства ставятся перед многоточием и после него.

*Пример*:

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n);$$

$$a_1 - a_2 - a_3 - \dots - a_n;$$

$$c_1 = c_2 = c_3 = \dots = c_n.$$

Если формула не уместится в одной строке, то ее частично переносят на другую строку.

Не допускаются переносы на знаке деления.



автора (авторов), заглавие (без сокращений); место издания, издательство, год издания.

Библиографическое описание статьи (или другой составной части документа) из сборника, книги или журнала включает: фамилию и инициалы автора (авторов), заглавие статьи, описание самого сборника, книги или журнала, где опубликована статья. В конце указываются страницы, на которых помещена статья, год издания.

Библиографический список должен быть оформлен с применением формата нумерованного списка. В процессе работы источники можно располагать в порядке использования, но после завершения их необходимо упорядочить в алфавитном порядке (отсортировать средствами текстового процессора и обновить поля с перекрестными ссылками).

Сведения об источниках следует располагать в порядке появления ссылок на источники (с указанием порядкового номера в квадратных скобках, *например*, [31]) в тексте пояснительной записки, нумеровать арабскими цифрами без точки и печатать с абзацного отступа.

Если приводится цитата (должна точно соответствовать источнику), то в ссылке кроме номера источника указывается номер страницы, откуда взята цитата, *например*, [31, с. 151].

Ссылки на разделы, подразделы, пункты и подпункты пояснительной записки следует давать с указанием их номеров; названия разделов и подразделов не приводятся.

*Пример:*

в разделе 2; в подразделе 2.1; в соответствии с п. 3.2.1; в подпункте 2.3.4.1

На каждый источник в тексте работы должна быть ссылка.

## 4.8. Приложения

Приложения располагаются в порядке ссылок на них в тексте пояснительной записки. В тексте документа на все приложения должны быть даны ссылки.

Приложения обозначаются заглавными буквами русского алфавита, начиная с А, за исключением букв Ё, З, Й, О, Ч, Ъ, Ы, Ь. После слова "Приложение" следует буква, обозначающая его последовательность.

*Например:* Приложение А Образец титульного листа курсовой работы.

Каждое приложение следует начинать с новой страницы.

Приложение А Образец титульного листа курсовой работы

**Государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования Московской области  
«Университет «Дубна»  
Филиал «Протвино»  
Кафедра «Техническая физика»**

Филиал (для филиалов) \_\_\_\_\_

Кафедра \_\_\_\_\_  
(наименование кафедры)

**КУРСОВАЯ РАБОТА ПО**

\_\_\_\_\_

(наименование учебной дисциплины)

**ТЕМА:** \_\_\_\_\_

(наименование темы)

**Выполнил: студент**

\_\_\_\_\_ группы

\_\_\_\_\_ курса

\_\_\_\_\_

(Ф.И.О.)

**Руководитель:**

\_\_\_\_\_

(ученая степень, ученое звание, занимаемая должность)

Дата защиты: \_\_\_\_\_

Оценка: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

(подпись руководителя)

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1 СИЛОВАЯ ФУНКЦИЯ ДВУХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ	4
2 УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ ДВУХ ТВЕРДЫХ ТЕЛ	30
3 СТАЦИОНАРНЫЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ	50
4 УСЛОВНО-ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ	70
4.1 Производящая функция преобразования	70
4.2 Условно-периодические решения	77
4.2.1 Условно-периодические решения в канонических переменных	77
4.2.2 Условно-периодические решения в смешанных переменных	86
5 СРАВНЕНИЕ УСЛОВНО-ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ С РЕ- ЗУЛЬТАТАМИ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ	90
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	114
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	117
ПРИЛОЖЕНИЕ А	120

## Приложение В Пример оформления списка использованной литературы

1. Самарский А.А. Теория разностных схем. -М.: Наука. 1983.
2. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы для инженеров.: Учебное пособие. -М.: Высш. шк. 1994.
3. Фарлоу С. Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров.: Пер. с англ. -М.: Мир. 1985.
4. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. -М.: БИНОМ, Лаборатория знаний. 2004.
5. Баркин Ю.В. Уравнение поступательно-вращательного движения небесных тел в оскулирующих элементах. Астроном. журн. т.54, №2., с. 413-424. 1977.
6. Пушников А.Ю. Введение в системы управления базами данных. Реляционная модель данных [электронный ресурс]. -Уфа.: Изд-е Башкирского ун-та. 1999. <http://www.citforum.ru/database/dblearn/index.shtml>

Приложение Г Форма задания на курсовую работу

**Государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования Московской области**

**«Университет «Дубна»**

**Филиал «Протвино»**

**Кафедра «Техническая физика»**

**Задание  
на курсовую работу**

по \_\_\_\_\_

(наименование дисциплины)

студенту \_\_\_\_\_ факультета \_\_\_\_\_ курса \_\_\_\_\_ группы

\_\_\_\_\_ (фамилия, имя, отчество студента)

ТЕМА: \_\_\_\_\_

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

Сроки выполнения с «\_\_» \_\_\_\_\_ 200 г. по «\_\_» \_\_\_\_\_ 200 г.

Руководитель проекта \_\_\_\_\_

(должность)

(подпись)

(и., о., фамилия)